veras
revista acadêmica de Educação do Instituto Vera Cruz

ISSN 2236-5729

Pesquisa ação: Fração e Porcentagem

Action-research: fraction and percentage

Rosa de Lourdes Iglesias Ribeiro Alonso, pós-graduanda em Didática da Matemática pelo Instituto Vera Cruz, turma de 2018. Graduada em Pedagogia pela Universidade de São Paulo. Atualmente é professora no Colégio Rainha da Paz, em São Paulo.

Contato: rosaigalonso@gmail.com

Cibele Nair Rosa Erdmann, pós graduanda em Didática da Matemática pelo Instituto Vera Cruz, turma de 2018. Graduada em Pedagogia pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Atualmente é professora no Colégio Humboldt, em São Paulo.

Contato: cibele.erdmann@gmail.com

Juliana Labiapari Pessoa Carvalho, pós graduanda em Didática da Matemática pelo Instituto Vera Cruz, turma 2018. Graduada em Pedagogia pela Universidade Paulista. Atualmente é professora Colégio Rainha da Paz, em São Paulo.

Contato: juliana.labiapari@hotmail.com

Resumo

O presente artigo busca contribuir com estudos sobre a construção do conceito de porcentagem por alunos do 5° ano do Ensino Fundamental. Investiga-se a hipótese de que o trabalho com representações gráficas, a partir de relações de equivalência entre frações unitárias e centesimais, contribui com a construção do conceito de porcentagem. A metodologia utilizada foi a pesquisa-ação, em uma perspectiva colaborativa, realizada em uma turma de uma escola da rede particular da cidade de São Paulo. A análise dos dados coletados permitiu concluir que as representações gráficas favoreceram a construção do conceito de porcentagem

e significativa reflexão acerca da equivalência entre porcentagens e frações.
Palavras-chave: Didática da Matemática. Pesquisa-ação. Estudo de frações. Representação gráfica. Porcentagem..

Abstract

This article seeks to contribute to studies on the construction of the concept of percentage by 5th grade students. It investigates the hypothesis that work-ing with graphic representations, based on equivalence relations between unit and centesimal fractions, contributes to the construction of the concept of percentage. The methodology used was action-research, in a collaborative per-spective, carried out in a class at a private school in the city of São Paulo. The analysis of the collected data allowed us to conclude that the graphical repre-sentations favored the construction of the concept of percentage and favored a significant reflection on the equivalence between percentages and fractions.
Key words: Didactics of Mathematics. Action Research. Study of fractions. Graphic Representation. Percentage.

Introdução

A porcentagem é um tipo específico de fração no qual o todo é representado em cem partes. Embora amplamente empregada na sociedade, o conceito de porcentagem é algo complexo, pois além de representar a fração de uma quantidade, também é uma forma de calcular a proporcionalidade direta. Nesse caso, exprime uma razão, isto é, uma relação multiplicativa entre duas quantidades, e pode ser usada para estabelecer comparações entre elas por meio de uma constante de proporcionalidade.

Relatos históricos (SÁ, 2016) consideram que o surgimento dos cálculos percentuais aconteceu por volta do século I a.C., na cidade de Roma. Nesse período, o imperador romano decretou inúmeros impostos a serem cobrados, de acordo com a mercadoria negociada. Um dos impostos criados pelos chefes romanos obrigava o comerciante a pagar um centésimo pela venda das mercadorias no mercado. Naquela época, o comércio de escravos era intenso e sobre as vendas era cobrado um imposto de 1/25 (um vinte e cinco avos).

Os cálculos eram feitos sem a utilização do símbolo de porcentagem; eram realizados de forma simples, com a utilização de frações centesimais. Por exemplo, na cobrança de um imposto no valor de 6/100 da comercialização, cobravam-se seis centésimos do preço do produto, isto é, dividia-se o produto em cem partes iguais e pegavam-se seis partes (idem).

A intensificação do comércio por volta do século XV criou situações de grande movimentação comercial. O surgimento dos juros, lucros e prejuízos obrigou os matemáticos a fixarem uma base para o cálculo de porcentagens. A base escolhida foi o 100. O símbolo que conhecemos hoje ainda não era utilizado pelos comerciantes, nessa época. Muitos documentos encontrados e registrados mostram que os romanos utilizavam os algarismos do seu sistema de numeração seguido de siglas como, "p cento" e "p c". Por exemplo, a porcentagem de 10% era escrita da seguinte forma: *"X[1] p cento" ou "X p c"* (ibidem).

O aumento da utilização da porcentagem no comércio e as suas inúmeras formas de escrita representacional originaram o símbolo que conhecemos hoje, %. Atualmente, a porcentagem é um conceito importante para a matemática, principalmente na sua vertente financeira, dando suporte às inúmeras movimentações monetárias, na representação do mercado de ações envolvendo as operações de compra e venda, na construção de gráficos comparativos, qualitativos e quantitativos, na constituição de alíquotas de diversos impostos, entre inúmeras outras situações de uso social.

Tendo isso em vista, é importante que os alunos conheçam algumas porcentagens de uso social frequente, bem como a equivalência destas com as frações mais simples. Ou seja, saber que 50% de uma quantidade é equivalente a ½ dessa quantidade, ou que 25% de uma quantidade é o mesmo que ¼ dela, ou ainda que 10% equivale à décima parte de determinada quantidade (ou 1/10).

O presente trabalho tem como objetivo investigar a construção do conceito de porcentagem em uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental da rede particular da cidade de São Paulo. Buscou-se verificar em que medida as representações gráficas das frações unitárias mais comuns (1/2, 1/4, 1/10) contribuem com a elaboração da noção de porcentagem.

De acordo com Antônio José Lopes (2008), a matemática que vale a pena ser ensinada e aprendida é a que promove

1. X é o algarismo romano que equivale a 10.

aprendizagem significativa, que faça sentido para os alunos. Para tanto, ele propõe um conjunto de atividades cujo objetivo, entre outros, é o desenvolvimento desse sentido numérico em níveis progressivos de complexidade, de modo a poder ser explorado em todas as séries do ensino fundamental. Dentre essas atividades, algumas vão ao encontro das ideias que fundamentam este artigo, como fazer uso de situações de resolução de problemas focadas em visualizações e explorar a ideia de metade da metade, e a metade da metade da metade.

Joonkoo Park e Elizabeth Brannon (2013) defendem a importância de recursos visuais na matemática, uma vez que em seus estudos descobriram que o aprendizado mais enriquecedor ocorre quando usamos diferentes áreas do cérebro. Segundo os autores, quando os alunos trabalham com símbolos, tais como números, estão usando uma área diferente do cérebro em relação a quando trabalham com informações visuais e espaciais, tais como um conjunto de pontos. Os pesquisadores constataram que o aprendizado e o desempenho em matemática melhora quando duas áreas do cérebro estão se comunicando para encontrar perguntas que estimulam esse uso das representações visuais e simbólicas. Além disso, perceberam que o uso de exercícios com representações visuais melhorou significativamente o desempenho dos alunos em matemática e que a prática com recursos visuais mostrou-se mais útil para os alunos do que a prática numérica.

No decorrer do trabalho, examinamos como os recursos visuais apoiam a construção da ideia de porcentagem e a compreensão da relação existente entre porcentagem e frações, além da importância das discussões em grupo para ampliar a capacidade de entendimento dos alunos.

Nesse contexto, planejamos atividades que dessem ensejo às discussões, tendo como base a Teoria de Situações Didáticas de Guy Brousseau (2008), que propõe ser preciso criar situações didáticas que façam o saber funcionar, a partir dos saberes definidos nos programas escolares.

Dessa forma, trata-se de uma concepção de aprendizagem na qual o conhecimento não é diretamente informado pelo professor, mas construído progressivamente pelas crianças a partir de diferentes condições que serão relatadas no decorrer do presente artigo.

Desenvolvimento

As atividades propostas neste trabalho baseiam-se na Teoria de Situações Didáticas, de Guy Brousseau (2008). Segundo ele, a aprendizagem se dá na relação do indivíduo com o *milieu* (ou meio) a partir de situações didáticas que envolvem a ação, a formulação, a validação e a institucionalização, sendo que as três primeiras acontecem dialeticamente. Assim, de acordo com o autor:

- **situação de ação** - caracteriza-se pela relação do aluno com o *milieu* (ou meio), ou seja, pelas tentativas de resolução que ocorrem durante a realização do jogo, do problema etc; envolve tomada de decisões, mas o aluno ainda não tem muita clareza (consciência) dos motivos por trás delas.

- **situação de formulação** - está vinculada com a comunicação (oral ou escrita) das reflexões e das estratégias formuladas pelo aluno enquanto está na ação. É fundamental para que o aluno não se esqueça dos "teoremas em ato", ou seja, para que consiga retomar o que "pensou" no momento da ação.

- **situação de validação** - caracteriza-se pela organização das primeiras teorias, quando o aluno precisa decidir quais conhecimentos construídos são válidos ou não, independentemente da avaliação e certificação do professor, de forma a aprender a argumentar a favor daquilo em que acredita, mesmo que provisoriamente, podendo em seguida mudar de opinião de acordo com o que foi apresentado por um colega, retomando as situações de formulação vividas.

- **institucionalização** - o professor mostra a relação entre as ideias das crianças e os conhecimentos matemáticos validados socialmente. É fundamental no processo de aprendizagem pois, se a institucionalização não acontecer, a criança não necessariamente consegue empregar o que aprendeu em todas as situações nas quais é possível utilizar o conhecimento aprendido.

De acordo com Brousseau, "uma 'situação' é um modelo de interação entre um sujeito e um meio [milieu] determinado. É um recurso de que dispõe o sujeito para alcançar ou conservar neste meio um estado favorável, é uma gama de decisões que dependem do uso de um conhecimento preciso". (2008, p. 21).

Dessa forma, um *milieu* (ou meio) material pode ser, no caso de um jogo, as peças do jogo, uma prova, um problema, uma ficha ou as regras de interações do aprendiz com o dispositivo com o qual esteja lidando. O seu funcionamento e o efetivo desenvolvimento devem obedecer a regras preestabelecidas que permitam desencadear, durante o jogo (dispositivo), ações que visem procurar caminhos para chegar ao resultado. Esse dispositivo, com suas regras avaliadas a priori, permitirá, baseado em análises ao longo de seu desenrolar, chegar à solução do problema proposto, e, desse modo, pode-se dizer que houve um efeito de ensinar.

Em outras palavras, o *milieu* (ou meio) é um subsistema autônomo, antagônico ao sujeito, que proporciona a mobilização dos conhecimentos já adquiridos, de vivências e hipóteses como forma de sustentar a resolução de um novo problema. Por esse motivo, o *milieu* (ou meio) proposto pelo professor deve ser ao mesmo tempo desafiador, provocador e opositor, mas não hostil. Deve causar um desequilíbrio que mobilize o aluno, mas se constituir em um desafio possível de ser transposto, proporcionando o reequilíbrio e a adaptação.

Assim sendo, o *milieu* (ou meio) desempenha um papel central na aprendizagem, ao proporcionar a mobilização dos conhecimentos dos alunos, oferecendo a oportunidade de refletirem, debaterem e validarem os conhecimentos matemáticos, sem que haja uma interferência tradicional e predominante do professor.

Tendo em vista a necessidade de introduzir o conceito de porcentagem vinculado ao estudo de frações, o qual já era objeto de estudo de alunos do 5º ano do Ensino Fundamental de um colégio particular da cidade de São Paulo, as autoras optaram por utilizar uma sequência didática em torno das frações, que estabelece relações de equivalência entre frações unitárias e centesimais. A referida sequência, que se encontra nos *Cadernos Nossa Rede* (Salvador, 2018), é composta por nove atividades, das quais três foram discutidas neste estudo.

Para realizar esta investigação, as autoras trabalharam na perspectiva colaborativa da pesquisa-ação educacional, a qual, de acordo com David Tripp (2005, p. 445), “é principalmente uma estratégia para o desenvolvimento de professores e pesquisadores de modo que eles possam utilizar suas pesquisas para aprimorar seu ensino e, em decorrência, o aprendizado de seus alunos”.

Durante o estudo, uma das autoras (professora da turma em questão) conduziu as atividades com os alunos, sendo que, em algumas situações, mais especificamente no primeiro e no segundo encontro com os estudantes, outra autora esteve presente, com o objetivo de registrar o desenvolvimento da aula e os intercâmbios entre as crianças. Os dados obtidos nos encontros – anotações feitas pelas pesquisadoras durante as aulas, gravações de áudios das discussões realizadas em grupo pelos alunos, cópias dos registros escritos das atividades desenvolvidas – foram analisados e discutidos pelas três autoras em conjunto, bem como foi feito o planejamento das propostas e dos encaminhamentos que seriam realizados na próxima etapa.

Como mencionado anteriormente, a sequência foi selecionada para este estudo pois relaciona a ideia de fração e de porcentagem partindo da análise de representações gráficas, como mostraremos mais adiante. Nosso intuito, ao utilizar esse material, foi justamente observar em que medida a representação gráfica contribui ou é um suporte importante para a construção da noção de porcentagem.

Ao falarmos sobre o papel da representação, nos fundamentamos nos estudos de Bárbara Brizuela (2006), que afirma que os sistemas de representação externa podem se tornar objetos de reflexão para os estudantes. Segundo a autora, as representações externas têm uma existência física objetiva, diferentemente do que ocorre com as representações mentais, e, por isso, tornam-se instrumentos fundamentais para as crianças aprenderem quaisquer conteúdos. Acrescenta, ainda, que a interação entre diferentes sistemas de representação é muito importante para o desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes.

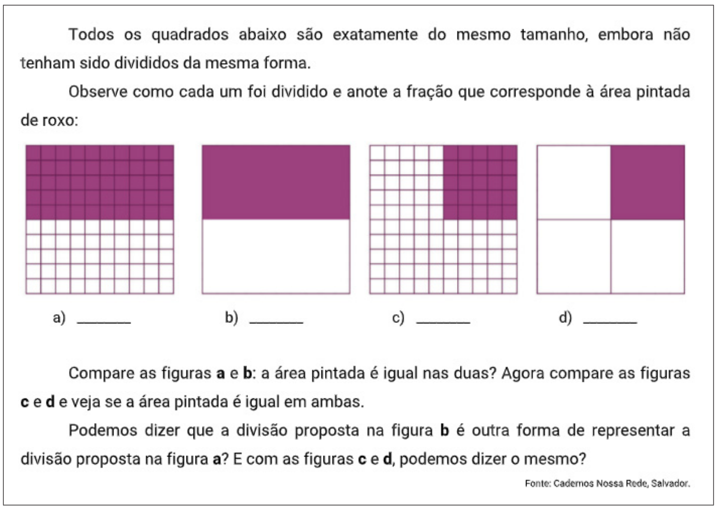
Dessa forma, a partir de Brizuela (2006) compreendemos os registros construídos pelos alunos ao responder às atividades e refletir sobre os problemas propostos como representações externas, às quais nos referimos, ao longo do artigo, como “notações”. E, ainda de acordo com a autora, consideramos que a interação entre diferentes sistemas de representação é de grande importância para o desenvolvimento do pensamento matemático das crianças; por isso analisamos neste artigo a reflexão sobre diferentes notações e a interação entre as notações dos alunos e as representações gráficas oferecidas como apoio para as atividades propostas.

Quanto às representações gráficas oferecidas como apoio às atividades, estudos recentes, como os realizados por Jo Boaler, pretendem demonstrar a importância da matemática visual para o cérebro e o aprendizado dessa disciplina, colocando por terra certa ideia preconceituosa de que "a matemática visual serve só ao nível elementar, para aqueles com dificuldades ou mais jovens" (BOALER, 2018, on-line).

Park e Brannon (2013) afirmam que o uso de exercícios com representações visuais melhorou significativamente o desempenho dos alunos em matemática e que essa prática mostrou-se mais útil para eles. Tais recursos constituem uma formação de representação e dialogam com as representações (notações) construídas pelas crianças ao resolver problemas. As imagens ajudam os alunos a ver as ideias matemáticas, o que auxilia a compreensão. Os recursos visuais também facilitam o pensamento de alta complexidade, ativam a comunicação e ajudam as pessoas a verem a criatividade na matemática.

Tendo isso em vista, escolhemos como primeira atividade da investigação uma proposta em que os alunos deveriam estabelecer relações de equivalência entre frações unitárias e centesimais, utilizando para tanto representações gráficas, como mostra a Figura 1.

Figura 1: Ficha de fração e porcentagem


Todos os quadrados abaixo são exatamente do mesmo tamanho, embora não tenham sido divididos da mesma forma.

Observe como cada um foi dividido e anote a fração que corresponde à área pintada de roxo:

a) ______ b) ______ c) ______ d) ______

Compare as figuras **a** e **b**: a área pintada é igual nas duas? Agora compare as figuras **c** e **d** e veja se a área pintada é igual em ambas.

Podemos dizer que a divisão proposta na figura **b** é outra forma de representar a divisão proposta na figura **a**? E com as figuras **c** e **d**, podemos dizer o mesmo?

Fonte: Cadernos Nossa Rede, Salvador.

Fonte: Arquivo das autoras (2019)

Vale ressaltar que todas as fichas tinham como título "Fração e Porcentagem"; contudo, optamos por omitir essa informação na Ficha 1 para não influenciar os alunos em suas respostas, já que se tratava da primeira atividade da sequência didática.

A seguir, relatamos como as atividades foram encaminhadas, quais foram as respostas dadas pelos alunos e discutimos em que medida o recurso gráfico contribuiu com a construção da noção de porcentagem.

No primeiro encontro com os alunos, estavam presentes duas das autoras, sendo uma delas a docente responsável pela turma, doravante denominada "professora-pesquisadora". Ao encaminhar a proposta (Figura 1), a professora-pesquisadora limitou-se a ler o enunciado e orientar os estudantes a registrar suas respostas individualmente. Consideramos essa variável didática importante, pois esse era o momento no qual os alunos iriam interagir com o *milieu* (ou meio) e poderiam construir hipóteses e procedimentos sem a interferência da opinião dos colegas.

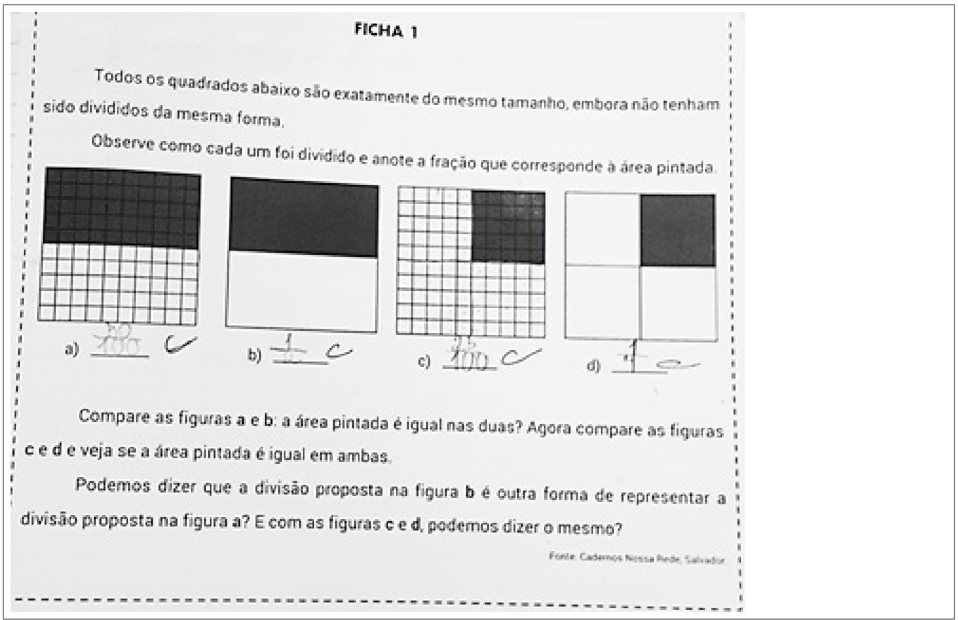
A variável didática é uma noção importante da Teoria de Situações Didáticas e tem relação com as escolhas feitas pelo professor ao preparar sua aula. Segundo Olga Bartolomé e Dilma Fregona:

> [...] as situações didáticas são objetos teóricos cuja finalidade é estudar o conjunto de condições e relações próprias de um conhecimento bem-determinado. Algumas dessas condições podem variar à vontade do professor e constituem uma variável didática quando, segundo os valores que assumem, modificam as estratégias de resolução e, consequentemente, o conhecimento necessário para resolver a situação. (BARLOTOMÉ; FREGONA, 2006, pp. 89-90)

Enquanto os alunos resolviam a tarefa, as autoras circularam pelas mesas para observar as respostas dadas. Assim que finalizaram, os estudantes foram organizados em quartetos para compartilhar o que pensaram, bem como suas dúvidas e estratégias de resolução. Essa outra variável didática foi feita partindo-se do pressuposto de que é na troca com os colegas que se dá a construção do conhecimento, tendo em vista ser esse o momento privilegiado da formulação, ou seja, quando o sujeito precisa verbalizar, comunicar as reflexões e as estratégias formuladas durante a ação. (BROUSSEAU, 2008)

Enquanto circulávamos pela sala, observamos que as respostas dadas foram muito parecidas: alguns alunos indicaram ½ para as representações *a* e *b*, enquanto grande parte respondeu *50/100* para a representação *a*. Da mesma forma, uma pequena parcela das crianças respondeu ¼ para as representações *c* e *d*, enquanto o restante respondeu *25/100* para a representação *c* (Figura 2).

Figura 2: Produção de aluno



FICHA 1

Todos os quadrados abaixo são exatamente do mesmo tamanho, embora não tenham sido divididos da mesma forma.

Observe como cada um foi dividido e anote a fração que corresponde à área pintada.

a) $\frac{50}{100}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{25}{100}$ d) $\frac{1}{4}$

Compare as figuras **a** e **b**: a área pintada é igual nas duas? Agora compare as figuras **c** e **d** e veja se a área pintada é igual em ambas.

Podemos dizer que a divisão proposta na figura **b** é outra forma de representar a divisão proposta na figura a? E com as figuras **c** e **d**, podemos dizer o mesmo?

Fonte: Cadernos Nossa Rede, Salvador

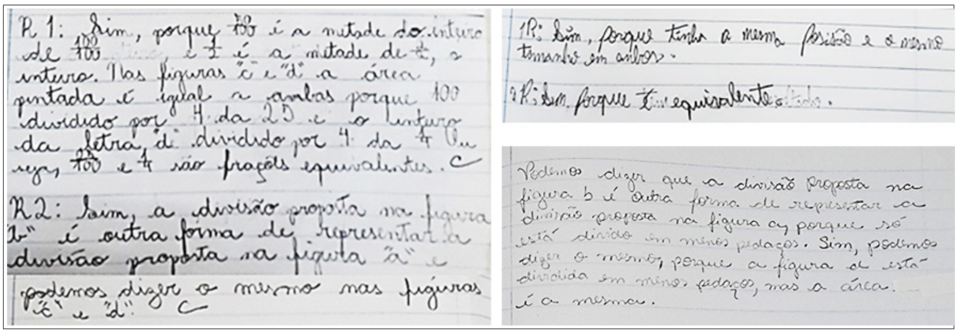
Fonte: Arquivo das autoras (2019)

Analisando as respostas dos alunos (Figura 3) para as perguntas da primeira atividade (Figura 1), constatamos que a relação de equivalência foi estabelecida a partir da comparação das notações elaboradas pelas crianças. Além disso, tais registros também apontam para o fato de que as representações mostram formas diferentes de retratar a mesma quantidade.

Regina Flemming Damm (2008), ao tratar do uso das representações no ensino da matemática, a partir da teoria de Raymond Duval (1988a), aponta para a importância da utilização de variados registros de representação na construção do conhecimento pelo sujeito.

> Para que ocorra a apreensão de um objeto matemático, é necessário que a *noésis* (conceitualização) ocorra através de significativas *semiósis* (representações). A apreensão conceitual dos objetos matemáticos somente será possível com a coordenação, pelo sujeito que apreende, de vários *registros de representação*. Ou seja, quanto maior for a mobilidade com *registros de representações* diferentes do mesmo objeto matemático, maior será a possibilidade de apreensão desse objeto. (DAMM, 2008, p.177)

Figura 3: Registros de alunos



Fonte: Arquivo das autoras (2019)

Antes de encaminhar a proposta (Figura 1), tínhamos a expectativa de que algumas crianças utilizariam a porcentagem como resposta para as representações *a* e *c*, já que o suporte gráfico fornecido nesses itens da atividade apresentava a figura dividida em 100 partes. Além disso, essa relação com a porcentagem já havia aparecido em outros momentos de discussão coletiva sobre frações. No entanto, nenhum aluno mencionou a porcentagem em seus registros individuais, tampouco enquanto estavam organizados em quartetos.

Analisando as variáveis didáticas envolvidas na atividade, observamos que o enunciado pedia especificamente que os alunos anotassem uma fração como resposta. Portanto, embora a representação gráfica apoiasse uma análise em termos de porcentagem, os alunos precisariam transgredir as regras da atividade para fazer essa relação naquele espaço; uma quebra do contrato didático, portanto. Assim, ajustamos a consigna para uma próxima utilização da sequência e procuramos problematizar a relação com a porcentagem ao longo da discussão coletiva, o que pode ser observado na transcrição a seguir.

P – Eu pude perceber que, nos grupos, vocês chegaram à conclusão de que as figuras a e b representam a mesma quantidade, e as figuras c e d também. Mas em um dos grupos surgiu uma questão: na figura a algumas crianças escreveram $\frac{1}{2}$ para representar a parte pintada. Vocês concordam com essa resposta?

A1 – *Sim, porque a metade do quadrado está pintado.*

P- *Mas essa fração representa a figura pintada?*

Outras crianças: – *Também dava para escrever 50/100.*

A2 – *Porque 50/100 é equivalente a ½.*

P – *É verdade, as duas frações são equivalentes. Mas qual delas representa a figura? Vamos lembrar o que já discutimos sobre fração... quando eu quero representar uma parte destacada de uma figura, o que eu preciso fazer?*

A3 - *Contar quantos pedaços tem o inteiro.*

P – *No caso da figura a e da figura c, o inteiro está dividido em quantas partes?*

Várias crianças: – *100.*

P – *E quantas partes foram pintadas?*

Várias crianças: – *50.*

P – *Então a fração que representa essa ilustração é...*

A4 – *50/100.*

A5 – *Acontece a mesma coisa na c, porque também tem 100 partes, mas só 25 estão pintadas.*

P – *Então eu posso usar a fração ¼ para representar a figura?*

A5 – *Não, porque ela não está dividida em 4 partes, mas 25/100 é equivalente a ¼.*

P – *Então dá para dizer que existem diferentes formas de representar as partes pintadas?*

A2 – *Dá para fazer 50/100 ou então ½ ou 50%, porque 50% é a mesma coisa que 100% dividido por 2.*

A6 – *Também dá pra fazer 0,5, porque 0,5 também quer dizer metade.*

P – *E nestas outras representações? (A professora aponta para as representações c e d.) Também dá para escrever de jeitos diferentes, além de 25/100 e ¼?*

A1 – *Dá pra fazer 25%, porque 25% é igual a ¼, porque 25% é a metade de 50%.*

Pode-se notar que a troca de saberes durante a discussão coletiva contribuiu para que outras relações de equivalência fossem formuladas pelo grupo, como 0,5 e ½. Muito embora a resolução de problemas seja o eixo central do trabalho com a matemática, para que os alunos avancem na compreensão de conceitos e estabeleçam novas relações com o conhecimento é fundamental que haja a troca, o diálogo reflexivo sobre sua ação no *milieu (ou meio)*. María Emilia Quaranta e Susana Wolman afirmam que:

> El aprendizaje matemático [...] se basa en la resolución de problemas y la reflexión sobre lo realizado: los procedimientos empleados, los conocimientos involucrados deben convertirse en objeto de reflexión. Los intercambios com los compañeros y con el docente son aquí cruciales: es decir, las explicaciones, las confrontaciones y las justificaciones entre los alumnos constituyen un factor de progreso para todos. (QUARANTA; WOLMAN, 2003, pp.193-194, *apud* ETCHEMENDY; ZILBERMAN, 2013, pp. 200-201).

Finalizando esse primeiro encontro, após a discussão coletiva, foi lido um pequeno texto (Figura 4), parte da sequência didática, com o objetivo de institucionalizar uma definição de porcentagem, tornando-a comum entre todos. A professora-pesquisadora retomou as representações gráficas do primeiro problema resolvido (Figura 1) e comentou a relação entre o inteiro e a parte pintada nessas representações, estabelecendo relações com as conclusões da turma na discussão coletiva.

Figura 4: Contextualização do termo porcentagem

PORCENTAGEM

FICHA 2

A porcentagem consiste numa fração em que o denominador é 100. Ela é representada pelo símbolo % e indica uma proporção: por exemplo, entre meninos e meninas da sala, o desconto com relação ao preço original, o crescimento da população a cada ano etc.

Fonte: Cadernos Nossa Rede, Salvador.

Fonte: Arquivo das autoras (2019)

Como já foi mencionado no início do documento, as três autoras reuniram-se para discutir os dados levantados no primeiro encontro com os alunos, bem como para planejar a próxima ação, que aconteceu na semana seguinte.

No segundo encontro as mesmas duas pesquisadoras estavam presentes. Antes de encaminhar a atividade, a professora-pesquisadora retomou o que foi discutido sobre fração e porcentagem na primeira atividade realizada.

Os alunos estavam organizados nos mesmos quartetos do primeiro encontro e cada um recebeu uma ficha (Figura 5). Desta vez, a atividade foi realizada nos pequenos grupos, para que pudessem discutir se cada afirmativa era verdadeira ou falsa e justificar suas escolhas.

Figura 5: Exercícios de fração e porcentagem

FRAÇÃO E PORCENTAGEM

FICHA 3

Anote V para verdadeiro ou F para falso em cada item abaixo.

a) ( ) $\frac{1}{2}$ pode ser representado como 50%.

b) ( ) $\frac{1}{2}$ pode ser representado como 20%.

c) ( ) $\frac{1}{4}$ pode ser representado como 25%.

d) ( ) $\frac{1}{4}$ pode ser representado como 40%.

e) ( ) $\frac{10}{100}$ pode ser representado como 10%.

f) ( ) $\frac{1}{10}$ pode ser representado como 10%.

g) ( ) $\frac{30}{100}$ pode ser representado como 30%.

h) ( ) $\frac{3}{10}$ pode ser representado como 30%.

i) ( ) $\frac{1}{2}$ pode ser representado como $\frac{50}{100}$.

j) ( ) $\frac{1}{2}$ pode ser representado como $\frac{20}{100}$.

k) ( ) $\frac{1}{4}$ pode ser representado como $\frac{25}{100}$.

l) ( ) $\frac{1}{2}$ pode ser representado como $\frac{40}{100}$.

Fonte: Cadernos Nossa Rede. Salvador.

Fonte: Arquivo das autoras (2019)

Decidimos, para os fins deste estudo, que os agrupamentos seriam organizados levando-se em consideração as diferentes competências com relação ao tema; assim, reunimos em cada quarteto alunos com concepções diversas, mas com poder de argumentação semelhante. Com isso, esperava-se que as trocas de saberes fossem mais efetivas, com a possibilidade de gerar novas descobertas ou consolidar as que já tinham sido feitas.

A decisão de organizar a classe em grupos móveis ou flexíveis está relacionada às:

> possibilidades que a aprendizagem entre iguais oferece. Numa estrutura de tais características surgem muitas situações em que é possível que os próprios meninos e meninas se ajudem entre si. Ensinar modelos, novas explicações, ou interpretações mais próximas dos pontos de vista dos alunos faz com que nesta estrutura possam se beneficiar tanto da comparação entre perspectivas diferentes como da possibilidade de dar e receber ajuda entre colegas. (ZABALA, 1998, pp. 125-126).

Como pode ser observado na Figura 5, a atividade retomava os conceitos discutidos no encontro anterior, por exemplo, as relações entre porcentagem, fração decimal e fração unitária, agora sem o apoio da representação gráfica, e apresentava alguns desafios, como a relação de equivalências entre 1/10 e 10/100, e a relação entre as representações fracionárias e as porcentagens.

Assim como da outra vez, as autoras circularam pela sala para observar e tomar notas das discussões que aconteciam nos grupos. Vale ressaltar que não foram feitas intervenções nos quartetos durante a realização da atividade, salvo raras exceções, entre elas para incentivar a participação de alguma criança com comentários como "O que você pensa sobre isso que seu colega falou?"; ou quando duas alunas solicitaram à professora-pesquisadora ajuda para compreender a colocação de um colega.

O referido aluno afirmava que 20% era equivalente a 1/5 e essa informação causou estranhamento entre as meninas. Na tentativa de convencer as colegas, ele dizia que 100 dividido por 5 era vinte, por isso 20% era igual a 1/5. Contudo, esse argumento também não as convenceu. A autora sugeriu, então, que ele usasse as representações gráficas (quadrados divididos em 100 partes) para explicar o que estava pensando, e forneceu uma folha da primeira atividade, que havia sobrado. O aluno dividiu o quadrado em 5 partes e pintou uma delas, representando 1/5. Em seguida, pintou 20 quadradinhos do outro quadrado dividido em 100 partes, obtendo, assim, 20%. Depois, comparou as duas representações, retomando o argumento de que ambas representavam a mesma quantidade. Ao visualizar, no papel, o que o aluno havia pensado, as estudantes se convenceram e admiraram-se com essa constatação.

Esse exemplo mostra uma instância de validação de um argumento nos pequenos grupos e demonstra a importância das trocas que acontecem durante as discussões entre pares. Momentos assim configuram-se de grande importância na ressignificação do que se sabe, no estabelecimento de novas relações conceituais, ajudam na organização da fala enquanto argumentação e contribuem com a construção de uma postura de ouvinte e de respeito a opiniões divergentes. O episódio aponta também para o papel do professor na condução de momentos de discussão, dando protagonismo ao aluno. Como afirmam Patricia Sadovsky e Paola Tarasow:

> Que los niños batallen com las ideas; que aprendan a producirlas y retomarlas para ampliarlas, para restringir su alcance, para elaborar otras nuevas, para profundizar su comprensión; que transformem ideas com ideas. Es este un sentido profundo de la escuela por la que trabajamos, y forma parte de nuestras intenciones cada vez que nos sentamos en una mesa a pensar con otros una situación específica de enseñanza.

> Esta intención puede jugarse de diversas maneras [...]: cuando resuelven problemas y los ayudamos a referenciarse en lo que ya hicieron para abordarlos, cuando tratan de argumentar sobre la validez de un resultado, cuando buscan modos de revisarlo, cuando analizan la propuesta de un compañero, cuando reflexionan sobre lo aprendido en un cierto período, cuando tratan, entre todos, de establecer una relación nueva. Nada de esto ocurre en una clase sin la intención explícita de quien enseña. (SADOVSKY; TARASOW, 2013, p. 223).

Assim que os grupos finalizaram a atividade, as autoras recolheram as fichas para analisar em conjunto e planejar a próxima atividade.

Constatou-se, observando as respostas dos alunos, que vários se equivocaram nas seguintes afirmações:

- 10/100 pode ser representado como 10%.
- 1/10 pode ser representado como 10%.
- 30/100 pode ser representado como 30%.
- 3/10 pode ser representado como 30%.

Embora todas sejam verdadeiras, houve quem dissesse que eram falsas, ou então as respostas oscilaram entre verdadeiro e falso, demonstrando que para esses alunos a equivalência entre os pares de frações não estava clara. Estávamos ainda na terceira aula desta sequência didática; portanto, não era de se estranhar que alguns alunos revelassem uma fragilidade, ainda, em generalizar um procedimento que haviam começado a construir nas atividades anteriores.

Era preciso planejar uma próxima aula, incluindo uma atividade na sequência, que problematizasse essas equivalências e convidasse a uma troca de ideias favorecendo o avanço nas conceitualizações. Para isso partimos da seguinte suposição: se os alunos recebessem pares de representações gráficas para registrar as frações ou porcentagens indicadas nas questões, tal recurso contribuiria para que a comparação entre os referidos pares fosse apoiada.

Para isso, disponibilizamos quadros divididos em 100 partes e em 10 partes como apoio para o estabelecimento de equivalências, como se pode ver nas Figuras 6 e 7.

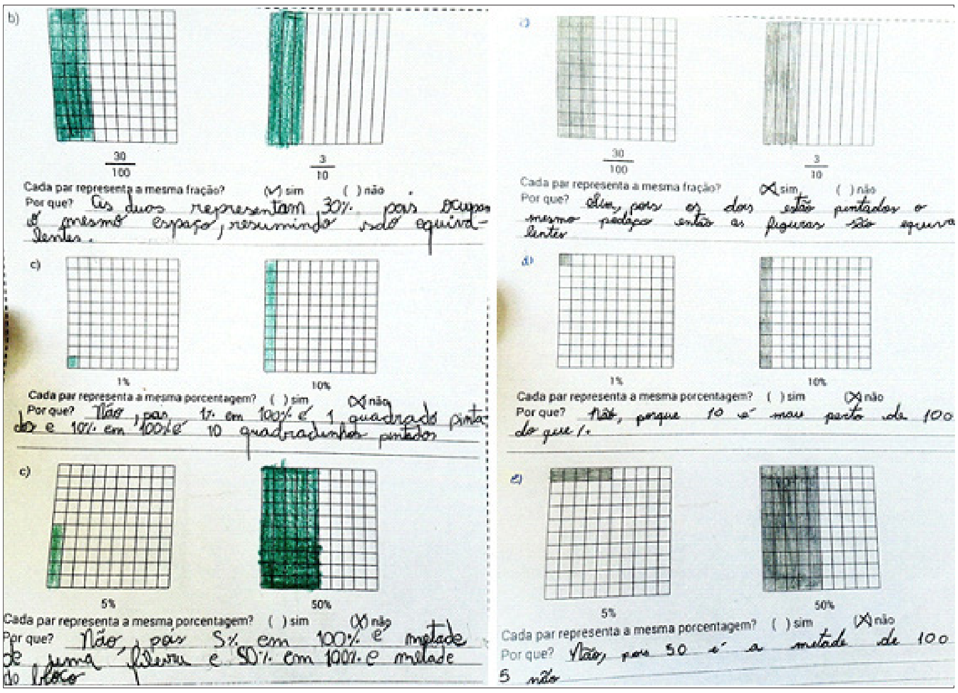
Outro recurso, que acabamos por não utilizar, seria o de pedir aos alunos que produzissem suas próprias representações gráficas dos pares de frações como apoio para determinar ou não sua equivalência.

Na semana subsequente, somente a professora-pesquisadora encaminhou a proposta acima relatada. Os alunos resolveram-na individualmente, pois as autoras queriam observar o que as crianças haviam construído acerca das equivalências entre frações e porcentagens, uma vez que, na atividade da semana anterior, estavam organizados em quartetos e compartilharam estratégias e saberes acerca da equivalência entre frações, e entre frações e porcentagens. Outro ponto que motivou a escolha desta variável didática foi a necessidade de averiguar a suposição que surgiu no encontro anterior.

Quando os alunos terminaram de preencher a ficha de atividades, ela foi recolhida para análise e replanejamento.

Observando as respostas dos alunos, foi possível verificar que a maioria das crianças estabeleceu relação de equivalência entre os pares de frações decimais que as autoras elegeram, apoiando-se para tanto na representação gráfica pintada. Por exemplo, entre 10/100 e 1/10, ou entre 30/100 e 3/10, o argumento mais usual foi que a parte pintada era a mesma (ou representava a mesma área), como pode ser constatado na primeira resposta dos alunos 1 e 2 (Figura 6).

Figura 6: Produção de alunos



Aluno 1 Aluno 2

Fonte: Arquivo das autoras (2019)

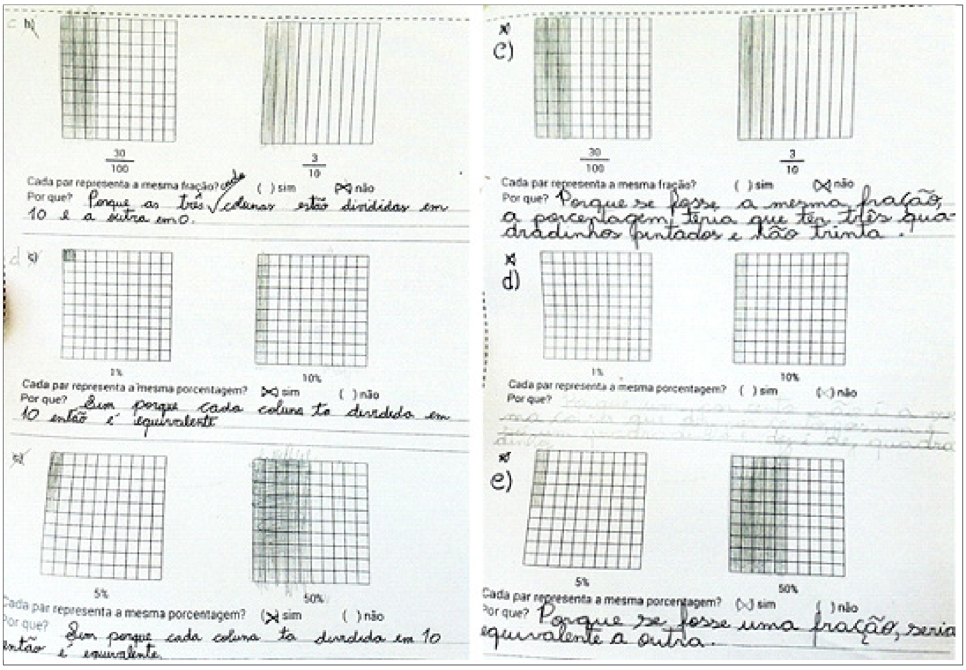
No que se refere às frações ou porcentagens não equivalentes, houve crianças que também utilizaram como argumento a comparação entre as representações gráficas, alegando, por exemplo, que a área pintada não era a mesma. O sentido de fração como área ou proporção foi, assim, uma concepção compartilhada entre os alunos, explicitada em suas argumentações.

Contudo, houve alunos que utilizaram outra forma de representação como argumento. Por exemplo, o aluno 2, na segunda questão da Figura 6, para a pergunta “Cada par (1% e 10%) representa a mesma porcentagem?”, respondeu “Não, porque 10 é mais perto de 100 do que 1”. Esse argumento denota que o aluno utilizou a posição dos algarismos na reta numérica como parâmetro para a comparação entre as porcentagens.

Houve um grupo de alunos, no entanto, em que se pode observar pouca habilidade no que se refere à interpretação das representações gráficas (Figura 7), tendo em vista não ser esse um recurso com o qual tenham familiaridade.

Outros questionamentos surgiram a partir dessa constatação: o uso frequente das representações gráfica poderia contribuir com a construção das relações de equivalência? Ou o fato de se tratar de uma representação construída sob o olhar adulto demandaria das crianças apropriar-se de um sistema de relações (subjacentes a essa representação) e, ao mesmo tempo, construir estratégias pessoais para a comparação de frações?

Figura 7: Produção de alunos 2



Aluno 3 Aluno 4

Fonte: Arquivo das autoras (2019)

Segundo Regina Flemming Damm (2008, p.182), “o que garante a apreensão do objeto matemático, a conceitualização, não é a determinação de representações ou as várias representações possíveis de um mesmo objeto, mas sim a *coordenação entre esses vários registros de representação*”.

Após a análise das respostas dos alunos, organizamos novos quartetos, agrupando as crianças em grupos mistos, ou seja, crianças com níveis de compreensão próximos, mas que explicitavam seus conhecimentos de formas diferentes. Essa decisão está vinculada, como já dissemos em outras passagens deste estudo, à importância da troca de saberes e de estratégias que deve existir entre os alunos para que aprendam com os outros e avancem na compreensão dos conceitos estudados.

Nesse encontro, encaminhado pela professora-pesquisadora, os alunos mobilizaram-se em explicitar, na parceria com os colegas, as relações de equivalência entre frações e porcentagens, validando, assim, algumas estratégias para definir equivalências.

A partir dessa instância de discussão, a turma entrou em acordo sobre duas estratégias úteis para definir equivalências:

- dividir numerador pelo denominador, nas duas frações;
- comparar a área ocupada por duas frações quando ambas estão representadas por subdivisões de figuras de igual formato e dimensão.

Esses recursos, validados pelo grupo e testados em novos problemas, mostram como os alunos avançaram na compreensão da relação entre fração e porcentagem ao longo das atividades aqui descritas.

Considerações finais

Conforme discutido no decorrer deste artigo, as representações gráficas foram instrumentos potentes para a construção do conceito de porcentagem para grande parte dos alunos (BOALER, 2018). Pudemos observar como o uso das notações produzidas pelos estudantes e as representações gráficas fornecidas nas atividades convidaram à troca de ideias e à construção de argumentos. É o caso das atividades apresentadas nas figuras 2, 6 e 7.

É importante salientar que o conceito de fração e porcentagem ainda está em construção para a maioria dos alunos, o que é esperado no nível escolar em que se encontram.

O uso de agrupamentos produtivos criou condições para que os alunos se sentissem confiantes e apoiados nas suas investigações e pelo contrato didático estabelecido na sala de aula, que lhes deu liberdade para criar e refletir, sem que o medo de errar fosse uma barreira. As discussões em duplas ou em grupos permitiram que os alunos estabelecessem diferentes relações, como comunicações, debates com outros alunos e com o professor (SADOVSKY; TARASOW, 2013). Um exemplo dessa constatação foi a discussão gerada com a ficha 3 (Figura 5), situação em que o aluno tentou convencer as colegas de que 20% era equivalente a 1/5 e, para isso, apoiou-se em vários argumentos além da representação gráfica para ilustrar o seu pensamento.

Conforme apontado por Brousseau (2008), foi possível constatar uma postura ativa por parte dos alunos para a realização das atividades propostas na fichas apresentadas neste artigo (1 a 3), uma vez que o trabalho coletivo, as discussões e a realização dos exercícios proporcionaram reflexões na interação com o millieu (ou meio).

Além disso, podemos afirmar que houve uma interação constante entre as notações matemáticas e os significados conceituais, o que, de acordo com Lopes (2008), promove uma aprendizagem mais significativa.

Por fim, gostaríamos de salientar que o uso da pesquisa-ação, como metodologia empregada nesta investigação, contribuiu com o desenvolvimento da nossa formação profissional, dada a oportunidade que tivemos de refletir sobre o aprendizado dos alunos e analisar as notações e os registros das crianças coletados nos momentos de discussão, enquanto circulávamos pela sala. Em decorrência dessa análise e reflexão constante, constatamos a necessidade de ajustar a sequência didática utilizada criando duas novas atividades, as quais problematizaram as equivalências entre frações e porcentagens por meio da reflexão individual e da discussão em grupo, convidando a uma troca de ideias que favoreceu o avanço nas conceitualizações (TRIPP, 2005).

REFERÊNCIAS

BARTOLOMÉ, O.; FREGONA, D. A Conta em um problema de distribuição: uma origem possível no ensino dos números naturais. In: PANIZZA, M. *Ensinar Matemática na Educação infantil e nas séries iniciais:* análise e propostas. Porto Alegre: Artmed, 2006. cap.4, p. 77-93.

BOALER, J. *et al. A importância da matemática visual para o cérebro e o aprendizado*. Jun. 2018. Disponível em: <https://desafiosdaeducacao.grupoa.com.br/matematica-visual-para-aprendizado/>. Acesso em: 11 maio 2020.

BRIZUELA, B. *Desenvolvimento Matemático na Criança:* Explorando Notações. Porto Alegre: Penso, 2006.

BROUSSEAU, G. *Introdução ao Estudo das Situações Didáticas*. São Paulo: Ática, 2008.

DAMM, R.F. Registros de Representação. In: FRANCHI. A. et al. *Educação Matemática:* uma (nova) introdução. 3. ed. São Paulo: EDUC, 2008. pp. 167-188.

ETCHEMENDY, M.; ZILBERMAN, G. Hablar y escribir en la clase de matemática: interacciones entre alumnos y maestros. In: BROITMAN, C. *Matemáticas en la escuela primaria:* saberes y conocimientos de niños y adolescentes II. 1 ed. Buenos Aires: Paidós, 2013. pp. 197-220.

LOPES, A.J. O que Nossos Alunos Podem Estar Deixando de Aprender sobre Frações, quando Tentamos lhes Ensinar Frações. *Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, vol. 21, n. 31, pp. 1-22, 2008.

PARK, J; BRANNON, E. *Training the Approximate Number System Improves Math Proficiency*. Ago. 2013. Disponível em: < https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3797151/>. Acesso em 11 maio 2020.

SÁ, A.S. *Porcentagem:* do surgimento aos dias atuais. Abr. 2016. Disponível em: <http://mundosegundohistoria.

blogspot.com/2016/04/porcentagem-do-surgimento-aos-dias.html>. Acesso em: 11 maio 2020.

SADOVSKY, P.; TARASOW, P. Transformar ideas con ideas. El espacio de discusión en la clase de matemática. In: BROITMAN, C. *Matemáticas en la escuela primaria:* saberes y conocimientos de niños y adolescentes II. 1 ed. Buenos Aires: Paidós, 2013. pp. 221-236.

SALVADOR. *Cadernos Nossa Rede - Projeto Pedagógico de Salvador: Matemática 5º ano*, 2018. Disponível em: <http://educacao.salvador.ba.gov.br/pdf_nossa_rede_2020/aluno/miolo/5ano_MAT_aluno_miolo_Final_bx.pdf>. Acesso em 11 maio 2020.

TRIPP, D. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. *Educação e Pesquisa*, São Paulo, v.31, n.3, pp. 443-466, set./dez. 2005.

ZABALA, A. *A prática educativa:* como ensinar. Porto Alegre: Artimed,1998.

Recebido em: 04/06/2020.
Aceito em: 16/07/2020.