

Calculando mentalmente no Ensino Fundamental I: entre brincadeira e ginástica para a construção do raciocínio

Mental calculation in Elementary School: play and gymnastics for the construction of reasoning

Gabriela A. Valente, pós-doutoranda na Université Lumière Lyon 2. Graduada em Pedagogia na Faculdade de Educação da USP, possui mestrado e doutorado pela mesma instituição.
Contato: gabriela.abuhab.valente@gmail.com

Juliana Bustamante Kavakama, formada em Psicologia pelo Instituto de Psicologia da Universidade de São Paulo e em Pedagogia pela Faculdade de Educação desta mesma universidade e atua como professora num Centro de Educação Infantil da Prefeitura do Município de São Paulo.
Contato: julianajbk@gmail.com

Zilda Maria Pereira, graduada em pedagogia na faculdade de educação da universidade de São Paulo.
Contato: paulozilda@hotmail.com

Resumo

O ensino da matemática na educação básica é composto de uma grande diversidade de conteúdos que são transmitidos por meio de diferentes metodologias. Em se tratando do ensino fundamental I, a função do professor é construir junto com o aluno predisposição para a aprendizagem de matemática, despertar nas crianças interesse e curiosidades por meio de problematizações e brincadeiras.

Neste artigo, trataremos de um conteúdo que é pouco abordado, a saber, o cálculo mental. O cálculo mental está centrado no significado dos cálculos intermediários e facilita



a compreensão das regras do cálculo escrito. Partimos da hipótese de que existem diferentes maneiras de calcular e que podemos escolher a melhor para cada situação, utilizando procedimentos originais para se chegar ao resultado. Além disso, advogamos pelos benefícios para a construção do raciocínio que o cálculo mental pode apresentar.

Nosso objetivo é identificar sua presença nas salas de aula do primeiro ciclo do Ensino Fundamental, a partir da prática docente, mas também dos livros didáticos. Assim, foram utilizadas diferentes fontes de pesquisa, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), no que concerne ao ensino de matemática, textos teóricos, experiências de estágio das autoras, a consulta em livros didáticos de matemática e uma entrevista com um pesquisador e escritor matemático Marcelo Lellis.

Palavras-chave: Cálculo mental. Ensino de Matemática. Livro didático.

Abstracts

Mathematics teaching in elementary education is based on a rich diversity of content that is transmitted through different methodologies. In elementary school, the teacher's role is to build together with the student a predisposition to mathematics' learning, sparking interest and curiosities in the children, through problematization and games. In this article, we deal with a content that usually is not fully addressed: the mental calculation. Mental calculation is centered on the meaning of intermediate calculations and, when it is mastered, it facilitates the understanding of the written calculation's rules. Our hypothesis is that there are several ways to calculate and, students can choose the best method for each situation, using original procedures to reach the final result. In addition, we advocate for the benefits that mental calculation brings for the construction of reasoning skills. Our goal is to identify mental calculation practices in 1st grade classrooms, either on the teaching practice or on textbooks. For this end, several sources for research were used, such as Brazil's National Common Curricular Base (BNCC), theoretical texts, internship experiences of the authors, mathematics textbooks and an interview with the researcher and mathematics writer Marcelo Lellis.

Keywords: Mental calculation. Mathematics teaching. Textbook.



1. Base Nacional Comum Curricular (BNCC): Área de Matemática

A BNCC da Área de Matemática (1° a 5° ano do Ensino Fundamental) é dividida em duas partes. A primeira traz a caracterização da área de Matemática e as competências dessa disciplina para o Ensino Fundamental. A segunda parte aborda as unidades temáticas, objetivos de conhecimento e as habilidades em cada ciclo (anos iniciais e anos finais).

Logo na primeira parte, o objetivo da área é assim estabelecido: “Garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas”; isso deve vir acompanhado de uma interpretação que leva em consideração um contexto.

Na segunda parte do texto, a importância do cálculo é explicitada: “No tocante aos cálculos, espera-se que os alunos desenvolvam diferentes estratégias para a obtenção dos resultados, sobretudo por estimativa e cálculo mental, além de algoritmos e uso de calculadoras”. Assim, toda forma de cálculo deve ser valorizada, inclusive o cálculo mental.

Especificamente sobre os anos iniciais, a BNCC retoma em outras palavras o que é dito anteriormente: “No que diz respeito ao cálculo, é necessário acrescentar, à realização dos algoritmos das operações, a habilidade de efetuar cálculos mentalmente, fazer estimativas, usar calculadora e, ainda, para decidir quando é apropriado usar um ou outro procedimento de cálculo”. Ademais, o cálculo mental aparece como uma habilidade na unidade temática denominada “número” de todos os anos, a partir do segundo. Essa aparição apresenta sua valorização, ao mesmo tempo que o cálculo mental nunca aparece com o fim em si mesmo, sendo uma possibilidade de resolução de problemas matemáticos entre outras.

Contudo, a BNCC recomenda que se explore a diversidade de processos de cálculo. Nesse sentido, o cálculo mental é muito útil, isso porque os matemáticos, que conhecem bem o assunto, usam grande diversidade de estratégias mentais. Desta forma, é razoável supor que trabalhar com diversidade de estratégias no cálculo mental deve levar as crianças a uma compreensão mais profunda da Matemática.

2. Textos teóricos

Os textos utilizados para que este trabalho fosse realizado datam da década de 1980, mas nem por isso estão desatualizados, visto que provocaram reflexões muito ricas sobre o tema.



O primeiro texto, “cálculo mental”, foi retirado da *Revista do Ensino de Ciências*, e foi escrito por Marcello Lellis e por Maria do Carmo Mendonça. Os autores iniciam o texto apontando que poucas pessoas utilizam o cálculo mental e que a maioria delas faz cálculos utilizando lápis e papel, pois assim foram acostumadas desde pequenas em suas escolas. A utilização de instrumentos eletrônicos também é outra questão discutida no texto; segundo os autores, embora haja, por este meio, uma familiarização com os números, as pessoas deixam de fazer estimativas.

“No mundo atual é importante ter familiaridade com os números, o que significa ter desembaraço para operar com eles. O cálculo mental promove esse desembaraço. Por isso, ele deve ganhar força enquanto o cálculo escrito perde status.” (Lellis e Mendonça, 1989, p. 51)

Para a educação, as vantagens da utilização do cálculo mental são: avanço/ajuda na compreensão do nosso sistema de numeração; vivência das propriedades operatórias e maior facilidade de aplicação posterior; aumento da rapidez na percepção de fatos matemáticos diversos; melhora da atitude do aluno em relação à matemática e aos estudos em geral – enfrentar e vencer desafios (autoestima); ampliação na concentração e criação; melhoria na realização de outras tarefas cotidianas.

Assim, os autores concluem:

“o cálculo mental está em perfeito acordo com as modernas concepções de ensino, que favorecem o raciocínio e a compreensão, propondo uma aprendizagem resultante da ação do próprio aluno.” (Lellis e Mendonça, 1989, p. 52)

Para o ensino do cálculo mental, os autores sugerem que os professores devem “avaliar cuidadosamente os desafios adequados à classe, ouvir e estimular a participação dos alunos”, expor diferentes formas de calcular para que o aluno tenha em mente as diferentes formas nas quais os números podem ser decompostos, além de ter paciência e saber esperar a resposta do aluno. Outra sugestão seria a inserção do cálculo mental na rotina diária dos alunos, pelo menos por cinco minutos.

O segundo texto foi escrito por John Hope, data de 1986 e denomina-se “Cálculo mental: anacronismo ou habilidade básica?”. Hope questiona se, em razão dos avanços tecnológicos que o mundo vem enfrentando, o cálculo mental perde sua importância, visto que os cálculos são feitos, em sua maioria, por máquinas.

O autor nos conta que, segundo uma pesquisa realizada em 1977, a maioria dos cálculos cotidianos realizados por adultos são feitos de



maneiras diferentes do que aprenderam no ambiente escolar, visto que para calcular utilizavam-se apenas lápis e papel na escola.

Uma questão de grande relevância sobre a qual o autor reflete é a realização de cálculos mentais por meio de estimativas e a falta de oportunidade que os professores têm para ensinar esse conteúdo. Segundo Hope:

“O relacionamento íntimo entre estimativa e cálculo mental estabelecido por Reys e seus colegas implica em que nenhum programa de instrução que ensine habilidades de estimativa pode deixar de lado o ensino de cálculo mental. Estimativa em cálculo é nada mais nada menos que um cálculo mental menos preciso.” (Hope, 1986, s.p.)

Problemas práticos de aprendizagem, como o cálculo descontextualizado ou a visão fragmentada sobre números e as relações numéricas ou, ainda, a confiança exagerada no método “lápis e papel”, o que segundo o autor poderia “levar a um comportamento inflexível que pode ser descrito como ‘monomania de cálculo’”, podem não facilitar a cultura do cálculo mental.

Além disso, o cálculo mental, para quem tem o hábito de calcular com lápis e papel, acaba retomando os passos realizados na escrita, o que difere das pessoas que adquiriram habilidades de cálculo mental, pois essas vão em busca do significado, analisam relações e propriedades dos números.

Para concluir, Hope traz algumas vantagens do cálculo mental, não por causa da resposta exata, mas pelo caminho que se fez para se chegar a ela, como o raciocínio que o sujeito desenvolverá, a busca de significados e o entendimento, a habilidade/facilidade para a compreensão da integração de conceitos e regras, mesmo os não matemáticos, que aprenderá no futuro.

Os dois textos mostram como o cálculo mental é pouco utilizado nos dias de hoje e como, paradoxalmente, ele tem grande importância na vida diária de todos nós, constatando, assim, a relevância de abrir novos espaços no ambiente escolar para que o cálculo mental seja trabalhado, beneficiando os alunos como pessoas, para o resto de suas vidas.

3. Experiências de estágio

Foram realizados estágios¹ em três escolas diferentes. Para facilitar a análise que será feita posteriormente, apelidamos essas escolas de A, B e C.

1. As estagiárias são as autoras deste texto.



3.1. Aulas de matemática na escola A

No primeiro dia de estágio, a professora da turma conversou a respeito das matérias que a estagiária estava realizando na faculdade. Quando soube que uma delas seria Metodologia do Ensino da Matemática, logo se interessou e contou que estava procurando desenvolver um projeto sobre cálculo mental, com base no livro *Os problemas da família Gorgonzola*², de Eva Furnari.

Outras trocas foram feitas, a estagiária pôde apresentar os textos-base indicados pela professora de Metodologia do Ensino de Matemática sobre cálculo mental à professora da escola A, e foi possível discutir sobre os temas e sobre algumas ideias.

A terceira série do ciclo I tem uma carga horária de aulas de matemática de 6 (seis) horas por semana. Dessas horas, só foi possível acompanhar duas delas.

A professora da turma sugeriu que a própria estagiária tivesse uma função ativa nas aulas de matemática e propôs que ela desenvolvesse os problemas de cálculo mental e matemática em geral, a partir das questões sugeridas no livro de Eva Furnari.

Os problemas de quatro pequenas histórias do livro foram desenvolvidos pela estagiária e após uma complementação da professora (exercícios de interpretação de texto) foram xerocados em folhas coloridas para compor a pasta de atividades dos alunos. Após o início desse projeto, a professora propôs que a quinta história fosse desenvolvida pelos alunos com a utilização dos mesmos personagens trabalhados até então.

Para a realização de três das atividades as crianças foram divididas em duplas, sendo que em uma das atividades elas foram divididas em trios – todos os grupos de trabalho foram escolhidos pela professora. Durante as atividades a estagiária e a professora puderam dar uma atenção individualizada para cada dupla, possibilitando assim o acompanhamento do raciocínio da criança.

Antes de iniciar duas das atividades a professora propôs jogos de cartas numéricas que utilizam o cálculo mental; um deles foi proposto pela estagiária e o outro pela própria professora. As crianças se divertiram muito com os dois jogos e com as atividades, tanto que quando viam a estagiária iam logo perguntar se naquele dia haveria “família Gorgonzola”.

2. Livro publicado em 2001, pela editora Global, ISBN: 8526006967.



3.2. Aulas de matemática na escola B

A estagiária acompanhou as atividades de uma das turmas da 4ª série (Ensino Fundamental Ciclo I) do período da tarde e teve oportunidade de fazer a observação da turma da 4ª série da manhã num dos dias de estágio. As professoras foram bastante receptivas à presença da estagiária nas suas aulas. A turma da tarde tinha 35 alunos e havia um número alto de alunos analfabetos para uma turma de 4ª série. Além dessa dificuldade, e ligada a ela, a indisciplina de alguns alunos era um problema para o andamento das aulas. A turma da manhã tinha 36 alunos e as aulas transcorreram com maior tranquilidade, uma comparação mais detalhada dependeria de mais dias de observação da turma da manhã, o que não foi possível.

Nas aulas acompanhadas pela estagiária, nenhuma atividade de cálculo mental foi proposta pela professora. A professora da manhã sugeriu que a conta 32×12 fosse feita da seguinte forma $(32 \times 10) + (32 \times 2)$. Essa propriedade distributiva tem relação com o cálculo mental, pois é uma maneira de facilitar o cálculo e torna possível que ele seja feito mentalmente, porém não foi pedido que os alunos fizessem o cálculo sem escrever. O restante da atividade da turma da manhã exigia que os alunos escrevessem os cálculos para resolvê-los. Na turma da tarde, foi possível perceber que montar o algoritmo era algo realizado automaticamente pela professora. Numa das aulas, a professora passou um problema cujo resultado dependia da divisão de 6 por 2, e ela montou na lousa o algoritmo e não foi possível saber se os alunos entendiam o significado da divisão.

O fato de os alunos não dominarem a escrita e a leitura já impedia que eles chegassem a entender o problema. Ao auxiliar alguns alunos na resolução de um problema, a estagiária utilizou valores mais fáceis para saber se a criança havia entendido o que o problema pedia. Ao transformar a dívida em R\$ 20,00 e as parcelas em R\$ 5,00, alguns responderam certo, o que significa que entendiam os conceitos. Porém, a transposição para os valores do problema não era compreendida por algumas crianças. A professora dessa turma conhecia as dificuldades do grupo e poderia ajustar os problemas para que fossem compreendidos por todos, sem que isso significasse o prejuízo dos outros.

Algumas reuniões da Hora de Trabalho Pedagógico Coletivo (HTPC) foram acompanhadas pela estagiária e nelas foram apresentados jogos que envolvem matemática. As professoras mostraram interesse em levar as atividades para os alunos, porém diziam não ter tempo para preparar o material. Um dos jogos



(“fecha-caixa” – explicação no anexo D) trabalha o cálculo mental. A professora da tarde mostrou interesse em confeccionar esse jogo com a ajuda da estagiária, porém ainda não foi possível nos organizarmos para fazer isso.

3.3. Aulas de matemática na escola C

O estágio foi feito numa classe de 2ª ano, composta por 30 alunos. Além da observação na sala de aula, a estagiária participou de uma sondagem de problemas de matemática – campo aditivo – e da realização de uma atividade de jogo.

Atividade 1: sondagem de problemas matemáticos – campo aditivo

As observações realizadas nessa sondagem foram muito ricas, pelo fato de demonstrarem as maneiras como as crianças pensam sobre determinadas situações matemáticas, o que nos dá boas pistas para se trabalhar com os alunos. Determinados padrões de raciocínio se repetem, mesmo aqueles mais incomuns.

Essa sondagem levou três dias para ser realizada com a classe, pois foi feita individualmente, seguindo o seguinte protocolo:

O aluno era retirado da sala de aula e as questões eram lidas para ele, pois ainda não eram alfabetizados. Após a leitura perguntávamos sobre os dados dos problemas para ver se eles tinham entendido o que havia sido lido.

Não foi exigida a montagem de algoritmo, as crianças poderiam fazer o cálculo mentalmente, utilizar-se de desenhos, dos dedos, entre outros recursos, e bastava explicar para quem estivesse aplicando a sondagem a maneira como pensavam para encontrar as soluções e estas eram registradas.

Essa sondagem foi composta dos três problemas a seguir:

1) Pedro tinha 5 figurinhas, ganhou algumas e ficou com 8. Quantas figurinhas ele ganhou?

Depois da leitura para se averiguar se os alunos se lembravam dos dados dos problemas, era perguntado: Quantas figurinhas Pedro tinha? Com quantas Pedro ficou? Quantas figurinhas ele ganhou? Caso não lembrassem os dados líamos o problema novamente.



Na análise dos 30 alunos que fizeram a sondagem, 5 chegaram ao raciocínio e a resposta corretos. Os 25 que não chegaram à solução correta desse primeiro problema explicaram pensar das seguintes maneiras:

- Não souberam explicar;
- Escolheram um número aleatoriamente, alegando ser um número que vinha primeiro a sua cabeça ou por ser um número de que gostavam;
- Alguns somaram as figurinhas que Pedro tinha com aquelas com que ele ficou, totalizando 13 figurinhas;
- Outros colocavam 1 ou mais figurinhas dizendo que se Pedro ganhou figurinhas ele deveria ficar com mais.

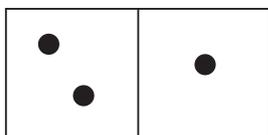
Esse mesmo tipo de problema foi repetido mais duas vezes, e a quantidade de alunos que soube resolver os exercícios foi similar. Depois de efetuada essa atividade com a classe, ela não foi mais retomada com os alunos. Talvez fosse interessante fazê-lo, socializando as maneiras para a solução dos problemas, mas isso não ocorreu.

Atividade 2: soma de parcelas utilizando-se desenhos de dominós

Foi desenvolvida uma atividade com desenhos de pedras de dominós, para que se calculassem as somas das parcelas.

A professora demonstrou na lousa como deveriam proceder:

Pedra 2 , 1 → 2 + 1 = 3



Apesar da explicação da professora, a maioria das crianças se confundia na hora de montar o algoritmo, o que acabava dificultando a solução. O algoritmo não representava para eles as bolinhas que tinham de um lado + as bolinhas do outro lado.

Quando foi sugerido que elas efetuassem a adição, sem a montagem do algoritmo, a maioria encontrava a resposta. Uns partiam do 2 e contavam mais 1 de cabeça chegando ao 3; outros contavam as bolinhas dos dominós desde a primeira.



Essa foi a primeira vez que fizeram esse tipo de atividade.

As perguntas que surgiram foram apenas sobre como montar o algoritmo, o que significava o sinal de (+) e como se poderia fazer o cálculo. Foi sugerido que contassem as bolinhas de cada lado e montassem o algoritmo e, por fim, contassem o total de bolinhas.

Atividade 3: calculando o número de alunos que não vieram à aula

Todos os dias no início das aulas a professora checa com a classe quantos alunos faltaram. Juntamente com a classe, ela vai contando quantas meninas estão presentes. Sabendo o número total de meninas da classe, e quantas estão naquele momento na sala de aula, a professora pergunta quantas alunas faltaram. Faz o mesmo com o grupo dos meninos. Então, mentalmente as crianças calculam quantos alunos faltaram naquele dia.

Essa atividade animava bastante a turma, que queria participar de todas as fases da descoberta de quantos alunos vieram à escola. Isso surtia mais efeito do que quando a professora perguntava quantos alunos estavam na classe, informando quantos alunos haviam faltado, sem passar pelas etapas de contar meninos e meninas.

Atividade 4: Jogo de cartas

Período de aplicação: atividade aplicada quatro dias consecutivos, com as mesmas crianças.

A professora regente da classe permitiu que a estagiária aplicasse esse jogo com alguns alunos que tinham dificuldades para reconhecer os numerais e realizar somas.

Primeira variação do jogo: reconhecer os numerais e aprender noções de maior e menor.

Preparação do material: 2 blocos de cartelas feitas de cartolina, escrevendo os numerais de 1 a 10 em cada bloco.

Número de jogadores: 2

Embaralhavam-se as cartas de cada bloco e cada criança pegaria uma carta sem ver qual o seu valor. Em seguida as crianças verificariam a carta de número maior e então quem a tivesse ficaria com as duas cartas. Quem ficasse com mais cartas ganharia o jogo.



Segunda variação do jogo: efetuar somas mentalmente e compará-las.

Número de jogadores: 2

Embaralhavam-se as cartas de cada bloco e cada criança pegaria 2 cartas sem ver qual o seu valor. Em seguida as crianças virariam suas cartas e somariam seus valores, então quem tivesse o montante maior ficaria com as quatro cartas. Quem ficasse com mais cartas ganharia o jogo.

Em ambos os casos, a estagiária apoiou os grupos quando tinham dificuldades, mas isso ocorreu mais nas primeiras vezes que jogaram; com o passar dos dias já não precisavam de tanta assistência.

A docente achou a atividade interessante e a incluiu como repertório para suas futuras aulas, diante das melhoras que puderam ser vistas em um espaço tão curto de tempo e perante o entusiasmo dos alunos.

4. Livros didáticos

No total, foram consultadas e analisadas oito coleções de livros didáticos de matemática, propostos para as séries iniciais do Ensino Fundamental:

1. *Coleção Matemática Paratodos* – Luiz Márcio Imenes, Marcelo Lellis e Estela Milani (2004) – livros do professor;
2. *Coleção Infância Feliz* – Jukie Kiyosen Wakabayashi (2007);
3. *Porta Aberta Matemática* – Marília Centurión (2005) – livro para 2ª série;
4. *Matemática no Planeta Azul* – Célia Caroline Pires e Maria Nunes (2001);
5. *Projeto Buriti Matemática* – Maria Regina Garcia Gay (2007) – livro do professor;
6. *Apostilas Anglo* (volume 1, 2, 3, 4 – referente à 1ª série – ensino de 8 anos) (2005);
7. *Fazendo e Compreendendo Matemática* – Lucília Bechara Sanchez – 2ª série – ensino de 8 anos (2006);



8. *Saber Matemática 4* – Kátia S. Smole – 3ª série (2008).

Esses livros serão analisados na ordem em que foram aqui listados. As autoras pesquisaram os tipos mais comuns de exercícios ou atividades de cálculo mental encontrados nesses exemplares e como estes eram estruturados.

1. A Coleção *Matemática Para Todos* (São Paulo: Scipione, 2004) apresenta em seus livros tópicos denominados “cálculo mental” ou “dinheiro e cálculo mental”, “Teste seu cálculo mental”, “Expressões numérica e cálculo mental” e “Problemas e cálculo mental”. Esses tópicos estão no sumário e ainda é possível notar que o cálculo mental é trabalhado em outros tópicos do livro. São diversas as formas de trabalho apresentadas nos livros: contas sem dicas, contas sem dicas que mostram caminhos possíveis pela ordem como são apresentadas (exemplo: 10×14 , 11×14 e 9×14), os caminhos ou dicas apresentados no enunciado (“veja como ele calcula”), uso do dinheiro (existem notas de mentira no fim do livro para serem recortadas e usadas), desenhos que facilitam o cálculo, jogos, tabelas.

2. A Coleção *Infância Feliz* (São Paulo: Escala Educacional, 2007) não traz nenhum item ou capítulo específico sobre o cálculo mental. Entre os exercícios existem alguns cujo enunciado é “calcule mentalmente...”. Além das contas sem nenhuma indicação diferenciada que facilite o cálculo, alguns trazem caminhos possíveis para o cálculo, outros trabalham com dinheiro e também existem tabelas. Apesar de os livros não darem destaque para o trabalho com cálculo mental, ele é incentivado no Manual do Professor que está no final de cada livro. Na apresentação do Manual do Professor, existe um tópico que trata do trabalho com cálculo mental e estimativa. Nesse tópico, recomenda-se que o professor auxilie os alunos a estruturarem e formalizarem o processo de cálculo mental para selecionarem os melhores caminhos para chegar aos resultados. Ainda aconselham que seja feito o questionamento oral e que a sistematização e a anotação do resultado deve ser feita após a descoberta e a conclusão do aluno. Alguns livros (3º, 4º e 5º anos) apresentam sugestões de atividades para o trabalho com cálculo mental, como o preenchimento de tabelas e jogos. Sugerem também que o trabalho seja feito com regularidade, ao menos uma vez por semana, por 15 minutos. Destacam a importância da discussão dos caminhos usados pelos alunos para fazer os cálculos para que o processo de cada um sirva para os outros aprenderem.



3. No livro *Porta Aberta Matemática* (São Paulo: FTD, 2005) os exercícios de cálculo mental predominantes são aqueles em que o autor pede para o aluno calcular de cabeça e completar no caderno. Além desses, é possível verificar a presença de exercícios como antecessor/sucessor [maior (>); menor (<)], cálculo mental utilizando o material dourado, estimativa e aproximação, bem como exercícios de deslocamento/representação numérica. Estruturalmente os exercícios aparecem espalhados pelo livro em pequenas seções intituladas “Trabalhando com o cálculo mental”. O que se destaca deste livro é que a autora se preocupa em expor diferentes maneiras de chegar a um resultado utilizando o cálculo mental.

4. O livro *Matemática no Planeta Azul* (São Paulo: FTD, 2001) trabalha com um capítulo referência para o cálculo mental e prioriza os jogos, sendo este o destaque no que se refere a cálculo mental. No entanto, o livro não deixa de propor exercícios de sequências, com o uso de calculadora e com material dourado.

5. O livro do *Projeto Buriti* (São Paulo: Moderna, 2007) trabalha muito com exercícios utilizando dinheiro, não contém um único capítulo para o cálculo mental, mas os exercícios aparecem em grande quantidade (sinalizados para o professor) ao longo da publicação. São exercícios de aproximação/estimativa, expõem diferentes formas de pensar o cálculo mental, utilizam calculadora, gráficos e trabalham com medidas, além de sugerir alguns jogos.

6. Os exercícios de cálculo mental nas *Apostilas Anglo* (São Paulo: Editora Anglo, 2005) aparecem tanto em seções específicas como no decorrer dos capítulos, propostos de diferentes maneiras, como cálculo, composição, desafio, jogo, sequência e deslocamento/representação numérica. A maior quantidade de atividades de cálculo mental aparece no volume 3, o que corresponderia a uma maior carga horária dedicada em sala de aula para cálculo mental no 3º bimestre da 1ª série. Pela análise do livro pode-se verificar que os exercícios de cálculo, desafios, sequência ocupam praticamente o mesmo espaço no livro, seguidos por atividades de composição, deslocamento/representação numérica e jogos. Vale ressaltar que, em se tratando de apostilas, normalmente os professores são instruídos a não utilizar outros materiais diferentes dos sugeridos pelo próprio material adotado pela escola.

7. No livro *Fazendo e Compreendendo Matemática* (Editora Saraiva, 2006) pode-se averiguar que os exercícios de desafio,



composição, cálculo e sequência ocupam praticamente o mesmo espaço no livro, seguidos por um número bem menor de atividades de deslocamento/representação numérica, jogos e antecessor/sucessor. Existem capítulos sobre cálculo mental, mas este também é sugerido no decorrer do volume.

8. O livro *Saber Matemática 4* (São Paulo. Editora FTD, 2008) é composto por nove unidades, sendo que ao final de cada unidade são encontrados exercícios sobre o cálculo mental. Os tipos encontrados foram antecessor/sucessor [maior (>); menor (<)], cálculo, composição, desafio, sequência e tábua Pitágoras. Neste livro, há um volume bem maior de cálculo, seguido por um pequeno número de desafios, antecessor/sucessor, composição, sequência e, por fim, tábua de Pitágoras. No decorrer do livro há várias sugestões de jogos, porém não há especificação de que sejam feitos com cálculo mental. Encontramos também sugestões de acesso a sites, para execução de atividades sobre cálculo mental. O site <www.woodlands-junior.kent.sch.uk/maths> propõe exercícios de divisão, frações, percentagens, probabilidades, cálculo mental, gráficos, entre outros. Para auxiliar o desenvolvimento das tarefas, já que o site é escrito em inglês, a autora desenvolve um roteiro. Apesar de existir um tópico específico sobre cálculo mental, não foi desenvolvido um roteiro para trabalhar esse item. Nesse volume, os roteiros desenvolvidos foram para divisão, frações e percentagem. Outra sugestão de acesso é o site <www.fi.uu.nl/rekenweb/pt>. Esse site contém diferentes jogos; em um deles é possível brincar com uma rã com o objetivo de treinar tabuada e o raciocínio. O jogo funciona da seguinte forma: é pedido um produto que a criança conheça, a criança monta sua conta e envia para a rã, a rã então verifica se a resposta é correta e, em caso afirmativo, a rã envia outro cálculo, baseado no produto inicial, para que a criança pense sobre ele e dê a resposta. A sugestão de cálculo enviada pela rã tem como objetivo fazer com que a criança pense sobre o produto que ela montou, de formas diferenciadas, como poderemos verificar nos exemplos abaixo:

- Criança sugere um produto $\rightarrow 4 \times 4 = 16$

A rã pergunta \rightarrow qual é o resultado de 4×2 (esta sugestão pode levar a criança a pensar na noção de dobro/metade)

- Criança sugere um produto $\rightarrow 4 \times 5 = 20$

A rã pergunta \rightarrow qual é o resultado de 2×10 (esta sugestão pode levar a criança a pensar que outros números multiplicados,



podem levar a um mesmo resultado). Dessa maneira, o jogo leva a pensar a tabuada e não somente decorá-la.

Pode-se perceber que há uma vasta diferença, principalmente estrutural, de como o cálculo mental é abordado nesses livros. Isso porque, de acordo com as preferências dos autores, o cálculo mental pode aparecer em forma de capítulo, seções, jogos ou exercícios espalhados no livro, com ou sem indicação.

Os exercícios mais presentes nos livros didáticos, pelo que se pôde perceber, são de cálculo, sequência, uso de dinheiro e jogos. Analisando essas atividades temos que duas delas, e não por acaso as que aparecem em maior proporção, fazem referência à matemática pura, uma faz referência às atividades cotidianas a que os alunos estão expostos e a outra é lúdica.

Em sala de aula nem todas as atividades sugeridas pelos livros didáticos são realizadas, isso porque os professores têm o controle do que eles acham que é mais importante ensinar aos alunos. O cálculo mental acaba ficando para trás em detrimento das contas efetuadas de modo padrão, com a utilização de algoritmos.

Percebeu-se por meio das experiências de estágio que por meio do jogo lúdico as crianças demonstraram mais envolvimento e interesse e, inclusive, estavam mais preparadas/concentradas para efetuar outros tipos de raciocínio.

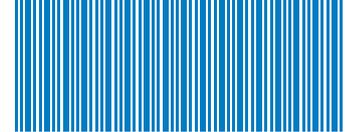
5. Entrevista com Marcelo Lellis³

Marcelo Lellis é bacharel em Matemática pelo Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IMEUSP) e mestre em Educação Matemática pela PUC/SP. Tem assessorado o ensino de matemática em várias escolas públicas e particulares e é autor de livros didáticos de matemática para diferentes séries do Ensino Fundamental e Médio.

A entrevista foi realizada em um espaço aberto no Bairro Itaim, Zona Sul de São Paulo, e durou cerca de uma hora.

Podemos destacar alguns pontos relevantes para nossa análise. O primeiro deles é a importância dada por Lellis para o planejamento das atividades de cálculo mental. Ele atribui à falta de tempo e organização dos professores para esse planejamento o fato de o cálculo mental não ter um espaço maior no currículo escolar, já que trabalhar com cálculo mental depende muito do professor. O entrevistado relata que mantém contato com alguns professores que utilizam os livros didáticos dos quais é autor e

3. A entrevista foi realizada em meados de 2009 pelas autoras.



que, mesmo ele enfatizando o cálculo mental em seus livros, os professores não trabalham muito e as crianças não adquirem o hábito da prática.

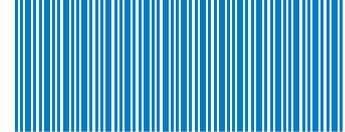
Para Lellis, o cálculo mental deve ser trabalhado desde o segundo semestre do 1º ano até o 7º ano, pelo menos duas vezes por semana. Ele disse ainda que é difícil trabalhar com uma classe com 40 alunos e que o caminho seria fazer cálculo mental em grupos (fileiras contra fileiras, por exemplo). Mas é preciso respeitar o nível de cada aluno. O professor, conhecendo seus alunos, deve pedir cálculos mais fáceis ou mais difíceis, porque “você não pode permitir que a criança perca sua autoestima por causa disso (...) Porque a escola não existe só para ensinar, existe para socializar também”. Lellis afirmou ainda que é essencial discutir os processos que os alunos utilizaram para o cálculo, pois assim esses processos são socializados e os alunos ampliam seus repertórios.

A relação do professor com os alunos foi um dos temas recorrentes na entrevista, e as concepções de Lellis sobre o que é ser um bom professor e sobre aprendizagem podem ser percebidas nas seguintes passagens:

“Não existe possibilidade de fazer uma educação honesta se você não sabe o que se passa na mente do aluno.(...) Quando você está com 1º a 5º e depois 6º a 9º é importante você ter classes menores e você conhecer o aluno tal como ele é, dialogar com ele, ouvir opiniões. Isso eu acho muito importante. Quem não faz isso não é um bom professor. A maioria das pessoas quer meios de explicar, mas não quer a presença do aluno lá atrapalhando.”

“Trabalhar com alunos não é você desfiar a matéria, não tem nada a ver. Você tem uma missão de ajudá-lo a aprender, é uma outra coisa. (...) Mas matemática tem coisas que dependem do raciocínio, você deve dar uma oportunidade para ele descobrir, ele tem que participar, faz diferença na maneira de encarar o conhecimento, na maneira dele começar a aprender, na autonomia que ele vai ter depois.”

Lellis sugeriu a utilização de notas de dinheiro de brinquedo, nos valores de 1, 10 e 100 reais, como recurso para aplicação de cálculos matemáticos. Esse material pode ser utilizado em sala de aula como alternativa ao material dourado, para classes numerosas, também por ser um material conhecido pelas crianças. Sugeriu ainda atividades com baralho, bingos, campeonatos entre as crianças, mas ressaltou que a prática do cálculo mental só



com jogos é muito pouco. Mesmo nessas atividades o essencial é discutir o meio com que cada um chegou ao seu resultado, socializando, assim, os processos

Segundo o entrevistado, o uso de calculadora em sala de aula e em momentos específicos pode ser muito enriquecedor. No entanto, esse instrumento não beneficia o cálculo mental, como pudemos verificar em um dos artigos.

Um livro didático é recomendado por Lellis. Escrito por Daniela Padovan, a obra faz parte do Projeto Presente e, segundo o entrevistado, permite que a criança naturalmente aprenda a calcular mentalmente⁴.

Segundo Lellis, aprender cálculo mental é um exercício para a mente e pode fazer com que as pessoas gostem mais de matemática. Ele enfatizou a importância de que seja uma prática regular, não intensiva. Trabalhada dessa forma, proporciona uma facilidade em se concentrar.

6. Discussão

Os livros didáticos podem auxiliar os professores nas atividades de cálculo mental apontando que certas atividades são de cálculo mental, além de propor a todo momento, como alguns livros didáticos fazem, exercícios que utilizem o cálculo mental. Um manual no livro do professor, como a Coleção Infância Feliz traz, pode ser muito eficiente no que se refere à conscientização dos professores para a importância do cálculo mental, não apenas na matemática, mas também em outras áreas do conhecimento. Os livros que destacam o trabalho com cálculo mental podem auxiliar o professor trazendo uma gama de atividades que, além de o auxiliarem no planejamento desse trabalho, que é uma das dificuldades apontadas por Marcelo Lellis na entrevista, também oferecem uma grande variedade de formas de trabalhar. Isso enriquece o trabalho do professor e estimula a participação dos alunos, pois cada aluno pode se identificar com uma atividade e praticar o cálculo mental de maneira prazerosa.

Além da utilização dos livros didáticos que incentivem a prática do cálculo mental em sala de aula, as escolas e/ou secretarias de educação poderiam organizar palestras, convidando especialistas no assunto para fazer um debate, e também promover espaços/ momentos para a reflexão sobre a temática, principalmente em horários coletivos, para que cada professor socialize seu jeito de

4. Infelizmente não foi possível ter acesso a esse livro.



trabalhar com cálculo mental. A partir desse estímulo inicial, os professores continuam seu trabalho estimulados por seus próprios alunos, principalmente quando passam a perceber uma maior concentração nas atividades desenvolvidas pelos estudantes, assim como uma maior rapidez no raciocínio.

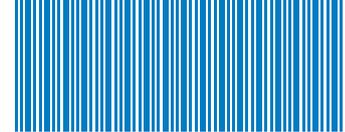
Lellis também enfatiza o papel do professor no desenvolvimento da prática do cálculo mental. Mesmo que os livros didáticos e as palestras deem destaque e falem da sua importância, esse trabalho depende do professor e de sua atitude em sala de aula. Ele precisa acreditar nos benefícios que o cálculo mental pode trazer para seus alunos, tanto em relação à matemática como para sua vida escolar toda, pois é um trabalho que necessita de uma regularidade e cujos resultados não aparecem imediatamente. Essas características, somadas à dificuldade de planejamento dos professores, podem explicar o fato de que o cálculo mental não tenha tanto espaço nos currículos.

Da mesma forma como os livros didáticos abordam o cálculo mental de diferentes maneiras, é possível imaginarmos que, se trabalhado em sala de aula, esse tipo de cálculo poderá aparecer em diferentes momentos e o professor poderá utilizar diferentes estratégias para desenvolvê-lo com seus alunos.

Se considerarmos as experiências de estágio realizadas pelas estudantes, podemos perceber que as dificuldades apresentadas por Marcelo Lellis na entrevista estão presentes nas escolas. A falta de tempo para o planejamento de atividades que envolvem o cálculo mental parece ser um dos motivos para que este não seja trabalhado na escola B. Nessa escola, não surgiu a discussão sobre o tema nas reuniões de professores ou entre a estagiária e a professora da turma da tarde; portanto, não foi possível compreendermos como a professora e a escola entendem essa prática.

Nas outras duas experiências de estágio, a preocupação com atividades de cálculo mental já estava presente e a proximidade entre as estagiárias e as professoras permitiu que as primeiras contribuíssem com o trabalho em sala de aula, propondo atividades. Essas atividades mostraram resultados em um curto espaço de tempo, o que enriqueceu a experiência das estudantes e também acrescentou elementos ao trabalho das professoras. Isso mostra a dimensão que pode tomar o trabalho com cálculo mental, mas também nos faz refletir sobre a falta de apoio dos professores na sala de aula e o impacto do número de alunos nas salas.

Marcelo Lellis fala da importância de classes menores nos primeiros anos do Ensino Fundamental para que o professor possa conhecer os alunos e querer saber deles, o que pensam, quais são



as suas dificuldades. As experiências nas escolas A e C mostram que a presença da estagiária fez uma grande diferença, pois permitiu que tanto a professora como a estudante ficassem mais próximas dos alunos nas atividades.

7. Considerações finais

A pesquisa de documentos, textos acadêmicos e livros didáticos, somada às experiências de estágio e à entrevista com um especialista no assunto, nos levou a perceber a importância do trabalho com cálculo mental e a diversidade de atividades que envolvem esse tema. O contato direto com alunos e professores nos trouxe a dimensão das dificuldades encontradas nas salas de aula e, ao mesmo tempo, nos mostrou que existem formas de lidar com essas dificuldades e nos aproximamos dos alunos. A entrevista com Marcelo Lellis ofereceu mais elementos para a análise e compreensão do trabalho com cálculo mental e com a matemática de forma ampla nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

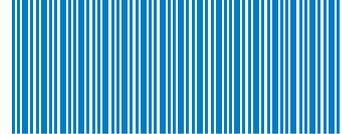
A falta de tempo para o professor planejar atividades de cálculo mental foi colocada como um grande empecilho para sua execução, que deve fazer parte da rotina da sala de aula, mas, se fossem divulgados e ressaltados os grandes benefícios que esse tipo de atividade pode gerar, talvez o docente tivesse um maior interesse em priorizá-lo perante outros conteúdos.

BIBLIOGRAFIA

BRASIL. *Base nacional Comum Curricular: a área de matemática*. Brasília: 2018.

HOPE, J. Cálculo mental: anacronismo ou habilidade básica? In: *Estimation and Mental Computation*. NCTM, 1986

LELLIS, M. e MENDONÇA, M.C. Cálculo mental. *Revista de ensino de ciências*, v. 22, 1989, pp. 50-56.



LIVROS DIDÁTICOS CONSULTADOS

ANGLO. *Apostilas Anglo*. Vol. 1, 2, 3 e 4 para a 1ª série. São Paulo: Editora Anglo, 2005.

CENTURIÓN, M. *Porta Aberta Matemática* – 2ª série. São Paulo: FTD, 2005.

GAY, M.R.G. *Projeto Buriti Matemática* – 3º ano. 1ª edição. São Paulo: Moderna, 2007.

IMENES, L.M., LELLIS, M., MILANI, E. *Matemática para todos: 1ª / 2ª / 3ª e 4ª séries*. São Paulo: Scipione, 2004.

PIRES, C.C., NUNES, M. *Matemática no Planeta Azul* – 2ª série. São Paulo: FTD, 2001.

SANCHEZ, L. (Org.) *Fazendo e Compreendendo Matemática* – 2ª série. São Paulo: Editora Saraiva, 2006.

SMOLE, K. (Org.) *Saber Matemática 4* – 3ª série. São Paulo. Editora FTD, 2008.

WAKABAYASHI, J. *Infância feliz: matemática: ensino fundamental, 2º ano, 1ª série / 3º ano, 2ª série / 4º ano, 3ª série / 5º ano, 4ª série*. São Paulo: Escala Educacional, 2007.

Recebido: 25/07/2020.

Aprovado: 06/08/2020.

