veras
revista acadêmica de Educação do Instituto Vera Cruz

ISSN 2236-5729

Da produção do ensino ideal à análise das situações comuns em sala de aula. O desenvolvimento de um conceito fundamental na teoria das situações didáticas: a noção de *milieu*[1]

From the creation of the ideal teaching environment to the analysis of common situations in the classroom. The development of a fundamental concept in the theory of didactic situations: the notion of *milieu*

Marie-Jeanne Perrin-Glorian, professora no DIDIREM (Didactique des Mathématiques da Université Paris Diderot e no IUFM (Institut Universitaire de Formation des Maîtres) Nord-Pas-de-Calais, France.

Introdução

No último Congresso Internacional de Educação Matemática, CIEM (ICME, International Congress on Mathematical Education), no verão de 2004, participei de um grupo de discussão (DG10) em um painel no qual os palestrantes foram convidados a apresentar, a partir de suas próprias experiências, exemplos de variantes teóricas que foram tendência ou que tiveram continuidade. A maioria vivenciou mudanças em suas experiências; de minha parte, especialmente em relação à Teoria de Situações Didáticas (TSD), constatei que minha própria formação teórica foi um processo de aprimoramento de teorias para conseguir dar conta da complexidade cada vez maior da sala da aula. Talvez tenham ocorrido mudanças ou um prolongamento no processo de construção da TSD, mas isso foi há muito tempo, em torno de 1980. De fato, durante os anos 1970, as primeiras versões da teoria demonstravam o que foi chamado mais tarde de "situações adidáticas" sem levar verdadeiramente em conta a participação do professor em sala de aula. Mas Brousseau era professor e sua teoria não poderia ignorar por muito tempo a importância da participação do professor em sala de aula: a partir do conceito

1. Referência da publicação original: Marie-Jeanne Perrin-Glorian. *From producing optimal teaching to analysing usual classroom situations. Development of a fundamental concept in the theory of didactic situations: the notion of milieu*. The first century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008), Mar 2008, Rome, Italy. résumé paru (abstract) page 308. hal-01660872.

de institucionalização e de devolução, o professor passou a fazer parte da teoria. Assim, há cerca de quarenta anos, Guy Brousseau desenvolve e faz construções teóricas mais precisas e eficientes, a maioria delas existentes implicitamente ou explicitamente desde o início do modelo de TSD, mas nem sempre "visíveis" o suficiente para os outros pesquisadores. É o caso da noção de *milieu*, hoje considerada fundamental por todos os pesquisadores que se referem a essa Teoria. O desenvolvimento da teoria a torna mais adequada para endereçar questões cada vez mais próximas do verdadeiro trabalho do professor em relação ao conhecimento matemático e à aprendizagem do aluno. Vou tentar explicar, da minha própria perspectiva, alguns aspectos desse conceito, elucidado pela observação de sua evolução histórica e formação epistemológica. Para mais informações, o leitor pode consultar Brousseau (1997), Herbst & Kilpatrick (1999), Perrin-Glorian (1994, 1999), Salin (2001) e Warfield (2006).

1. Abordagem sistêmica que enfoca a dinâmica das situações didáticas

Inicialmente, é muito importante entender que a teoria é uma abordagem sistêmica com foco na relação didática; não no professor, não no aluno, nem no próprio conteúdo de matemática, mas nos três ao mesmo tempo, o famoso triângulo didático. Muitas teorias sobre o ensino de matemática consideram esse triângulo, mas focalizam um termo ou a relação entre dois termos. A primeira hipótese por trás da TSD, na minha opinião, é que não podemos separar os três termos: o foco está nas circunstâncias que permitem que um sistema didático (por exemplo, o professor, mas pode ser alguma instituição que se propõe a ensinar um conhecimento a alguém) logre, com tempo razoável, a aprendizagem de conhecimento considerado útil (por uma cultura, sociedade, instituição) por alunos que não necessariamente escolheram aprendê-lo ou enxergam sua utilidade.

Outra hipótese fundamental é que alguns conhecimentos não podem ser transmitidos apenas ao explicá-los; há conhecimentos que não podem ser transmitidos de uma vez só e precisam ser aprendidos em contextos diferentes, revistos várias vezes com sentidos diferentes durante a vida escolar. É o caso, por exemplo, da ampliação contínua do conceito de número. Para esse tipo de conhecimento, a Teoria considera ensinar e aprender como uma dinâmica orquestrada pelo professor com o objetivo de que o aluno avance em seus conhecimentos. Isso requer que "um processo de aprendizagem possa ser caracterizado por uma sequência de *situações*[2] reproduzíveis que conduzem à aprendizagem do aluno de um determinado conhecimento ou, mais concretamente, a um conjunto de modificações do comportamento do aluno que caracteriza a aquisição daquele conhecimento" (Brousseau, 1975, traduzido por Warfield[3], 2006). Portanto, a Teoria representa duas faces do conhecimento: sua utilidade para resolver problemas em contextos específicos e sua natureza universal como parte da organização de um conhecimento matemático.

Essas duas hipóteses explicam por que Brousseau remete à teoria dos jogos para elaborar a TSD, com um projeto de longo prazo para criar um modelo matemático de ensino e de aprendizagem. Há uma meta: o desenvolvimento do conhecimento do aluno de um conteúdo matemático específico; há jogadores: os alunos e o professor. Na sala de aula, alguns jogos diferentes precisam ser jogados, cada um deles com uma meta específica ligada a um conhecimento específico.

Uma terceira hipótese importante, na minha opinião, é que o relacionamento com o professor vai terminar e os alunos terão que ser capazes de usar o conhecimento fora do sistema didático. Portanto, a aprendizagem deve ser compreendida em longo prazo, e com algum nível de autonomia para o aluno.

Além disso, a construção da Teoria se baseia em um modelo experimental amplo, de longo prazo, em uma escola adequada para observação e pesquisa, mas sujeita ao currículo regular. Por isso, desde o início, a Teoria se desenvolve com uma metodologia, a Engenharia Didática, considerando a complexidade da sala de aula e com atenção às questões concretas sobre ensino e aprendizagem da matemática.

2. A noção de *milieu*, conceito fundamental na Teoria de Situações Didáticas

O conceito de *milieu* está presente na Teoria desde o início: o aluno deve aprender ao se adaptar ao milieu; mas o conceito evolui, cresce e se torna mais preciso com o passar dos anos. Desde 1977, o professor se distingue do *milieu*: "il s'agit de décrire les interactions entre 3 régulateurs, le maître (Ma), l'élève (E), le *milieu* (Mi) à propos d'un système de connaissance C. Les interactions de base sont celles de l'élève avec le milieu"[4]. Assim, não há apenas três, mas quatro sistemas em interação: o

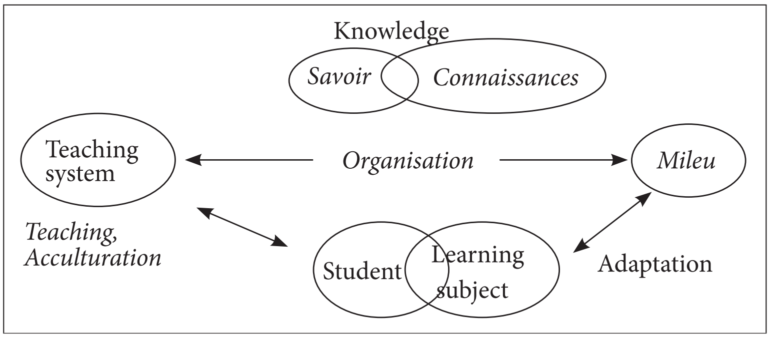
2. A partir de agora, a não ser em títulos e gráficos, usarei o itálico para o termo situação no modelo.

3. Warfield (2006) tem uma boa introdução a essa teoria, com vários exemplos detalhados, incluindo a famosa "corrida aos 20" sobre a qual Brousseau esclareceu as três dialéticas em 1970.

4. Trata-se de descrever as interações entre 3 reguladores, o professor (P), o aluno (E) e o *milieu* (M), em relação a um sistema de conhecimento C. As interações de base são as do aluno com o *milieu* (*tradução livre minha*).

milieu se distingue dos atores, professores ou alunos: os atores podem agir no *milieu* ou receber informação do milieu. Além disso, a Teoria diferencia "*savoirs*" (conhecimento matemático) e "*connaissances*" (conhecimento para tomar decisões): se o aluno aprende pela adaptação ao milieu, o professor tem que organizar o *milieu* de modo que o conhecimento produzido pela adaptação (*connaissances*) possa ser reconhecido como conhecimento a ser aprendido (*savoir*). Em uma conferência no México, Brousseau (2000) explica que ensinar é uma atividade que precisa conciliar dois processos: aculturação e adaptação independente. Identificando de um lado o aluno e o sujeito da aprendizagem e de outro lado "*savoirs*" (conhecimento matemático alvo) e "*connaissances*" (conhecimento desenvolvido pela resposta ao *milieu*), ele propõe então um diagrama de quatro polos (figura 1) para representar esses dois processos.

Figura 1



Savoir/Connaissances/Conhecimento/Sistema de ensino/Ensino, aculturação/Aluno/Sujeito da aprendizagem/Organização/Adaptação/*Milieu*

Além disso, ele alega que o quarto sistema, o milieu, é o mais importante de se estudar a fim de entender como o aluno pode aprender em um sistema didático: o comportamento do aluno revela como o *milieu* opera; a "caixa preta" é o milieu.

A *situação* apresenta a interação entre um sujeito e o *milieu* por meio de um jogo (por exemplo, um problema para resolver) em que os jogadores precisam tomar decisões: alguns estágios do jogo são mais favoráveis do que outros para vencer; assim, a *situação* define um conhecimento como um meio para o sujeito alcançar ou manter um estágio favorável (para o jogo) nesse milieu.

Durante os anos 1970, o modelo se desenvolveu, principalmente a parte direita do esquema, o que vai ser chamado mais tarde

(1982) de *situação adidática*, correspondendo à adaptação ao *milieu*, de acordo com a teoria de Piaget; entretanto, o *milieu* não é um meio natural; é organizado de modo a provocar um conhecimento específico por adaptação. Já nessa época, ele identificou três tipos de situação, ou dialéticas com o milieu: ação (para vencer), formulação (para vencer, é necessária alguma comunicação entre os jogadores), validação (é necessário argumentar). Nesse primeiro desenvolvimento da Teoria, o papel do professor é principalmente organizar o *milieu* de forma que o conhecimento para ganhar o jogo coincida com o conhecimento a ser aprendido e o conhecimento prévio do aluno possa ajudar a jogar e interpretar o *feedback* do milieu. Essas condições são expressas por meio de três restrições ao *milieu* (SALIN, 2002): 1) provocar contradições, dificuldades para os alunos, de modo que precisem adaptar seus conhecimentos; 2) permitir que trabalhem com autonomia; 3) ajudá-los a aprender algum conteúdo matemático específico (ao aprender como ganhar o jogo).

Durante os anos 1980, o professor participa de forma mais explícita na Teoria: para que o jogo do aluno com o *milieu* funcione satisfatoriamente, o próprio professor precisa jogar um jogo com dois objetivos complementares: *devolução*, para que o aluno jogue para ganhar e não para agradar ao professor, e *institucionalização*, para ajudar o aluno a reconhecer o conhecimento adquirido no jogo e a transformá-lo em conhecimento útil para resolver outros problemas. Ao mesmo tempo, Brousseau identificou que o *contrato didático* e a palavra "situação" adquirem um segundo sentido, assim ele introduz uma distinção entre *situação didática* incluindo o professor e o *contrato didático*, e a *situação adidática* sem sua intenção didática. Esses conceitos são introduzidos entre 1980 e 1982, mas sua tradução em uma concepção estruturada do *milieu* é apenas expressa em 1986. Voltaremos nesse assunto após esclarecer dois aspectos da noção de milieu.

3. Diferentes níveis do conceito de milieu

Uma das dificuldades de compreensão do conceito de *milieu* decorre do fato de que ele resgata dois aspectos diferentes, complementares para a Teoria: o primeiro, relacionado à noção de *situação fundamental*, corresponde principalmente a uma análise epistemológica do conhecimento, e o segundo para compreender a ação de alunos e professores em sala de aula.

A noção de situação fundamental

A *situação fundamental* corresponde à busca de um *milieu* ou de um pequeno conjunto de milieus capaz de provocar o aprendizado de um ponto-chave de um conhecimento matemático. Salin (2002) o chama de "*milieux viviers*" (terra fértil). Não se trata de uma situação direta da sala de aula, mas um conjunto de condições que define todas (ou a maioria) possíveis *situações*, inclusive as clássicas, para aprender o conhecimento pretendido. Tal *milieu* é representado por um modelo de problema e de variáveis didáticas do problema de tal forma que os valores dessas variáveis possam gerar todos os problemas dessa família. Evidentemente, a busca da *situação fundamental* tem primeiro uma dimensão epistemológica: o problema deve ser representativo da maioria dos aspectos do conhecimento pretendido. Uma hipótese bastante convincente é que é possível encontrar tal problema (ou uma pequena quantidade de problemas) que represente pontos-chave do conhecimento matemático. Além disso, uma perspectiva epistemológica não é suficiente em didática: há também condições em que o aluno pode entender o problema e imaginar qual seria a solução a partir de seu conhecimento prévio. Tais milieus são muito difíceis de encontrar, mas de uma perspectiva didática a mera busca para encontrá-los é muito produtiva. Warfield (2006) elabora o exemplo das estatísticas; Berthelot & Salin (1998) exploram tais milieus para ensinar geometria como modelo de espaço e eu estou agora estudando desenho geométrico com ferramentas comuns (régua, compasso, esquadro...) como *milieu* para aprender geometria na escola primária.

Devemos observar, contudo, que mesmo levando em consideração a perspectiva cognitiva, ainda não é suficiente para uma situação de sala de aula: devemos considerar também programa de ensino, tempo disponível...

Estrutura vertical do *milieu* em uma situação didática

Outro aspecto é a estrutura do milieu, apresentada por Brousseau no final dos anos 1980 e desenvolvida mais tarde por outros pesquisadores. Essa estrutura explica como o aluno pode aprender a partir de sua ação sobre o *milieu* e como o professor pode regular essa ação e esse aprendizado. Como as três dialéticas (ação, formulação e validação) estão integradas uma dentro da outra, os diferentes níveis de *milieu* estão integrados um dentro do outro, uma *situação* em um nível se transforma em um *milieu* no nível seguinte: a ação em um nível superior pressupõe reflexo no nível anterior (figura 2)[5].

5. Uso aqui uma apresentação em um quadro proposto por Margolinas em 1993 e utilizado por muitos pesquisadores desde então, mas preencho apenas as caixas identificadas por Brousseau em 1986.

Figura 2

M1 didatic mileu	El universal subject	P1 teacher preparing the class	S1 Metadidatic Situation
M0 learning mileu	**E0 Student**	**P0 Teacher**	**S0 Didactic Situation**
M-1 reference milieu	E-1 epistemic subject		S-1 Learning Situation
M-2 objective milieu	E-2 acting subject		S-2 Reference Situation
M-3 material milieu	E-3 objective actors		S-3 Objective Situation

M1 *milieu* didático M0 ***milieu* de aprendizagem** M-1 *milieu* de referência M-2 *milieu* objetivo M-3 *milieu* material	E1 sujeito universal **E0 aluno** E-1 sujeito epistêmico E-2 sujeito da ação E-3 atores objetivos	P1 professor preparando a aula **P0 professor**	S1 Situação metadidática **S0 Situação didática** S-1 Situação de aprendizagem S-2 Situação de referência S-3 Situação objetiva

Tais níveis não devem ser vistos como sucessivos, mas simultâneos: eles correspondem às posições que o professor ou o aluno assumem. No nível M-3, não há intenção didática; atores objetivos atuam em um material, essa ação será o objeto da problemática *da situação* S-2; E-2 é o sujeito da ação com seu conhecimento prévio, ele precisa entender as regras do jogo (possíveis afirmações e afirmação final a ser alcançada) e jogar; E-1 é o sujeito epistêmico refletindo sobre sua ação e aprendizagem: ele tem que elaborar uma estratégia para ganhar.

Devemos observar que o jogo pode ser individual ou com vários alunos, cooperando (por exemplo em uma *situação* ou formulação) ou jogando um contra o outro. Assim, algumas interações sociais são consideradas no e no modelo de *situações* didáticas, que têm efeito no conhecimento envolvido para resolver o problema (ou ganhar).

4. Qual pode ser a contribuição dessa teoria para analisar as aulas comuns?

Até agora consideramos as *situações* teóricas; podemos imaginar que tal modelo oferece meios de produzir *situações* em sala de aula tentando preencher as condições e analisá-las, mas esse modelo pode ser usado para analisar aulas comuns preparadas pelo professor sem nenhuma referência ao modelo? Como usá-lo de modo que o ensino regular não pareça apenas insatisfatório?

Alguns pesquisadores tentaram fazê-lo (por exemplo, Hersant & Perrin-Glorian, 2005). A primeira questão importante é identificar o conhecimento pretendido (nem sempre explícito e nem sempre aquele expresso pelo professor) e como ele aparece no problema a ser resolvido. A segunda é identificar qual seria o milieu: informações e todos os dados reais utilizáveis pelo aluno sem intervenção do professor. O terceiro é identificar o conhecimento prévio do aluno para prever suas ações nesse e como eles poderiam interpretar as respostas que se originam dele. Fazendo isso, podemos elaborar uma análise *a priori* da situação de sala de aula (e até mesmo realizá-la). Essa análise *a priori* ajuda, por exemplo, a identificar algumas possíveis insuficiências no milieu, algumas questões sobre as quais o professor tem, ele próprio, que dar uma resposta caso o aluno erre. Entretanto, o conhecimento de fato dos alunos pode ser diferente do que o professor esperava. Assim, ele pode ser incapaz de interpretar alguma resposta do para invalidar sua ação: apenas uma parte do é ativada por alguns alunos. Outras razões podem interferir sem qualquer relação com o conhecimento matemático; a Teoria não leva essas razões em consideração mesmo se, obviamente, tiverem um efeito importante no aprendizado do aluno.

5. Comentários conclusivos

Alguns trabalhos de pesquisa recentes utilizam a noção de para analisar a aprendizagem dos professores por meio do ensino (MARGOLINAS et al., 2005). Eles acrescentam posições para o professor (por exemplo, como observador) nos níveis mais baixos e estendem o modelo de nos níveis superiores para considerar as interações entre professores fora da sala de aula, no mundo profissional.

Essa análise considera que o professor está em uma situação natural (não didática), interagindo com um duplo milieu: o primeiro vindo de níveis inferiores, ligado à sua experiência em sala e ao trabalho do aluno; o outro vindo de níveis superiores: seu contato com o mundo profissional. Mostra como o professor pode aprender com a prática de sala de aula e ajuda a estabelecer condições para isso. Esse tipo de análise, em termos de relação com o conhecimento matemático e com o conhecimento do aluno, é compatível e articulado a outras análises do papel do professor a partir de perspectivas psicológicas e sociológicas. Essa articulação é de verdadeira importância para a pesquisa em educação matemática.

Como conclusão, eu também diria que a TSD é bastante compatível com as teorias de Vigotsky e com a maioria dos trabalhos de pesquisa sobre interações sociais. Por exemplo, o ZDP pode ser relacionado à articulação entre a análise epistemológica do conhecimento para ensinar e a análise de conhecimento prévio do aluno para elaborar o milieu; interações sociais entre alunos são consideradas: uma situação não é apenas um problema, mas inclui também uma organização do trabalho do aluno sobre o problema. Além disso, a TSD não exige que o professor não interfira no trabalho do aluno: ela oferece meios para reconhecer algumas funções diferentes das intervenções do professor. Na devolução, o professor estimula o aluno, faz com que se concentre no problema pretendido, ajuda a evitar dispersão para direções muito distantes, especialmente se o não dá respostas satisfatórias. Na institucionalização, o professor oferece informações, ajuda o aluno a definir o *status* do conhecimento envolvido para resolver o problema e posicioná-lo no conhecimento cultural entre os conhecimentos prévios. A Teoria, e especialmente a noção de milieu, ajuda a antecipar qual parte do conhecimento pode ser produzido pelo aluno e qual parte fica por conta do professor.

REFERÊNCIAS

BERTHELOT, R. & SALIN, M.H (1998) the rôle of pupils' spatial knowledge in the elementary teaching of geometry in MAMMANA, C. & VILLANI, V. (Eds.) (1998) *Perspective on the teaching of geometry for the 21st century*, pp. 71-78. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

BROUSSEAU, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics. Didactique des mathématiques 1970-1990*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

BROUSSEAU, G. (2000) Educacion y didactica de las matematicas, *Educacion matematica*,12/1, 5-38, Grupo editorial Iberoamerica. Tradução: David Block e Patricia Martinez Falcon.

HERBST, P. & KILPATRICK, J. (1999) Pour lire Brousseau. *For the Learning of Mathematics* 19(1), 3-10.

HERSANT, M. & PERRIN-GLORIAN, M.J. (2005) Characterization of an ordinary teaching practice with the help of the theory of didactic situations, *Educational Studies in Mathematics*, 59, 113-151.

MARGOLINAS, C., COULANGE, L. & BESSOT, A. (2005). What can the teacher learn in the classroom? *Educational Studies in Mathematics*, 59, 205-234.

PERRIN-GLORIAN, M.J. (1994) Théorie des situations didactiques: naissance, développement, perspectives in M.ARTIGUE, R.GRAS, C.LABORDE, P.TAVIGNOT (Eds.) *Vingt ans de didactique desmathématiques en Franc*, p.97-147. Grenoble: La Pensée Sauvage,

PERRIN-GLORIAN, M.J. (1999) Problèmes d'articulation de cadres théoriques: l'exemple du concept de milieu. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19/3 pp. 279-321.

SALIN, M.H. (2002). Repères sur l'évolution du concept de milieu en théorie des situations. In DORIER et al. (Eds.) *Actes de la 11ème Ecole d'été de didactique des mathématiques*, Corps, 2001, pp. 111-124. Grenoble: La Pensée Sauvage.

WARFIELD, V. (2006) *Invitation to Didactique*. http://www.math.washington.edu/~warfield/Didactique.html.

Revista Veras, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 16-25, janeiro/junho 2020.
DOI: 10.14212/veras.vol10.n1.ano2020.art385