VERACRUZ

veras
revista acadêmica de Educação do Instituto Vera Cruz

ISSN 2236-5729

O desenvolvimento do significado da relação parte-todo dentro dos números racionais positivos, tendo como referência a teoria dos Campos Conceituais

The development of the meaning of the part-whole relationship with-in positive rational numbers, using the theory of conceptual fields as a reference

Ana Carolina Petreche Harris Sampaio, pós-graduanda em Didática da Matemática pelo Instituto Vera Cruz, turma de 2018.
Contato: carolinapetreche@hotmail.com

Andrea Gurgel Marrey, pós-graduanda em Didática da Matemática pelo Instituto Vera Cruz, turma de 2018.
Contato: deiamarrey@hotmail.com

Resumo

Este *paper* é fruto da investigação das autoras sobre o conhecimento dos números racionais na forma fracionária pelos alunos de 5º ano, no contexto da relação parte-todo. É resultado da participação na disciplina "O ensino e aprendizagem dos números racionais" do curso de pós-graduação de Didática da Matemática, no Instituto Vera Cruz. Realizamos uma pesquisa-ação com os alunos do 5º ano da Escola Vera Cruz, no segundo semestre do ano de 2019. Partimos do material do governo de Buenos Aires, "Matemática, fracciones y números decimales 5to grado: apuntes para la enseñanza", dirigido por Cecilia Parra, e traduzimos as propostas "Las fraciones em los repartos" e "Más repartos", refletindo sobre a prática, analisando as diferentes estratégias e os recursos que os alunos usavam para solucionar os problemas propostos e como seus erros fazem o professor compreender a forma como estão

construindo o pensamento, facilitando o planejamento do caminho a ser trilhado no ensino.
Palavras-chave: Educação matemática. Números racionais. Ensino Fundamental 1. Pesquisa-ação.

Abstract

This paper is the result of the authors' investigation on 5th grade students' knowledge of rational numbers in fractional form in the context of the part-whole relationship. This investigation was brought about by the authors' participation in the discipline "The teaching and learning of rational numbers" of the postgraduate course in Didactics of Mathematics, at the Vera Cruz Insti-tute. An action-research was carried out with students of the 5th grade of Vera Cruz School, during the second semester of 2019. The starting point was a content proposed by Buenos Aires's government: "Matemática, fracciones y números decimales 5to grado: apuntes para la enseñanza" ("Mathematics, fractions and decimal numbers, 5th grade: notes for teaching"), directed by Cecilia Parra. We translated the proposals "Las fraciones em los repartos"and "Más repartos" ("More distributions"), reflecting on the practice, analyzing the different ways and resources that students used to solve the problems presented; and how their mistakes helped the teacher to understand how they were thinking, thus, facilitating the planning of the path to be followed in the teaching.
Keywords: Mathematical education. Rational numbers. Elementary education 1. Action research

Em nossa pesquisa-ação, a necessidade de escrever um artigo sobre o ensino e a aprendizagem dos números racionais veio antes do surgimento de uma pergunta inicial propriamente dita, uma vez que a proposta de investigação surgiu no contexto de uma disciplina de pós-graduação. O trabalho com a relação de parte-todo já estava acontecendo no grupo de alunos do 5° ano do Ensino Fundamental I, a partir da pesquisa com as brincadeiras e usos do tangram, situações iniciais planejadas para que as crianças tragam para a sala de aula o que já sabem sobre esse novo campo numérico, dos números que não são inteiros.

Observando as perguntas que elas faziam quando discutiam entre pares sobre o que já sabiam acerca dos números racionais positivos na forma fracionária, percebemos que nesse contexto poderíamos colher boas observações para compreender como se dá o desenvolvimento do conhecimento da relação parte-todo.

Para esse fim, escolhemos uma sequência didática que criaria contextos de discussões e convidaria a aprofundamentos e ajustes de suas hipóteses e concepções iniciais acerca da relação parte-todo. Dividimos os estudantes, selecionando os pares com que iriam trabalhar, propondo trios e quartetos que trariam desafios uns aos outros, e durante essas atividades filmamos as conversas, registramos falas e a produção escrita dos grupos.

Posto isso, nos apegamos ao que Vergnaud (2008) disse ao falar sobre a Teoria dos Campos Conceituais: que as crianças precisam agir a partir de problemas, que necessitam de reflexões, e assim, fazer com que mobilizem seus conceitos e conhecimentos anteriores. Compreendendo como elas constroem os conhecimentos matemáticos, é possível prever e antecipar formas mais eficientes de trabalhar determinados conteúdos.

> "Em Matemática, por exemplo, insistimos na chamada resolução de problemas - propor situações que as crianças não sabem resolver para fazer evoluir em seus conhecimentos. Portanto, queremos desestabilizá-las. E se desestabilizarmos demais? Elas também não vão aprender. Portanto, gerenciar o aprendizado é gerenciar ao mesmo tempo a desestabilização e a estabilização. Portanto, temos de pensar mais e propor situações corriqueiras aos que estão aprendendo. Sempre fizemos isso, às vezes de forma intuitiva. O que minha teoria propõe é que precisamos pensar de forma mais sistemática. O grande desafio do professor é ampliar as dificuldades para as crianças, mas sabendo o que está fazendo e aonde quer chegar." (VERGNAUD, apud, GROSSI, 2008)

As crianças precisam de várias situações para se apropriar de um dado conceito e cada situação traz consigo vários conceitos; por isso faz sentido falar em campo conceitual. E a apresentação dos problemas propostos por Cecilia Parra (2005) e sua equipe seria possível nesse momento para que eles vivenciassem diferentes problemas sobre a relação parte-todo.

Nesse ponto, em que aliamos a isso a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau (2008), apresentamos aos alunos as situações-problema para observarmos sua interação com o conceito de relação parte-todo em situações de ação e formulação.

Após a proposta das atividades "Las fraciones em los repartos" e "Más repartos", traduzidas por nós do material do governo de Buenos Aires, e "Matemática, fracciones y números decimales 5to grado: apuntes para la enseñanza", dirigido por Cecilia Parra, refletimos e analisamos o caminho percorrido pelos alunos, buscando compreender como pensavam e propunham soluções para as situações com as quais se depararam; e aqui surgiram nossas perguntas para esta pesquisa:

Em que medida o problema apresentado ajuda na apropriação do conceito de parte-todo de número racional na forma fracionária?

Eles compreendem que o valor é relativo ao inteiro que estão considerando? E que podem considerar diferentes representações do número racional na forma fracionária?

E, então, Vergnaud nos chama novamente: *"Se o professor vê os alunos errarem sem entenderem o percurso que estão trilhando, o trabalho não funciona."* (VERGNAUD, apud, GROSSI, 2008)

Como professoras, nossa tarefa foi analisar as produções dos alunos, procurando compreender o percurso realizado pelos grupos para chegar a proposições comuns que explicassem a resolução do problema.

As notações simbólicas produzidas pelos alunos, sejam números, decomposições ou desenhos, são a representação de um problema. Se consigo entender bem o sistema de numeração decimal, consigo lidar melhor com as operações, pois consigo mobilizar os conhecimentos que me fazem fazer mais conexões, perceber regularidades, fazer escolhas mais econômicas ou conexões mais lógicas.

Partindo dessa premissa, retomamos o caminho percorrido pelos grupos de alunos em três problemas da proposta argentina – 1, 2 e 5 – para analisá-los à luz das nossas perguntas.

> A concepção parte-todo emerge da ação de dividir uma grandeza contínua (comprimento, área, volume, ...) em partes equivalentes ou uma grandeza discreta (coleção de objetos) em partes iguais em quantidades de objetos. Usualmente, são manipulados dois tipos de objetos ostensivos: o registro da escrita simbólica a/b, associado ao registro figural em que regiões ou conjunto de figuras, representando elementos discretos, aparecem divididos em partes 'iguais'. (FERREIRA DA SILVA, 2005, p. 106)

1. Analise se, para distribuir em partes iguais 3 chocolates entre 4 meninos, são ou não equivalentes os seguintes processos:
   a) distribua cada um dos 3 chocolates em 4 partes iguais e dar a cada menino uma parte de cada chocolate;
   b) divida ao meio 2 dos 3 chocolates e dê metade para cada garoto e dividir a terceira parte do chocolate em 4.

Expresse, usando “frações”, cada uma das partes anteriores. Então analise e discuta se as expressões que surgem em cada caso são ou não equivalentes.

Ao propor esse problema, nossa intenção era verificar se eles conseguiriam considerar que um mesmo inteiro pode ser dividido em diferentes partes e que as quantidades podem ser as mesmas. Fazê-los deparar com o fato de que a mesma quantidade pode ser expressa com "números diferentes".

Figura 1: Grupo 1 – questão 1

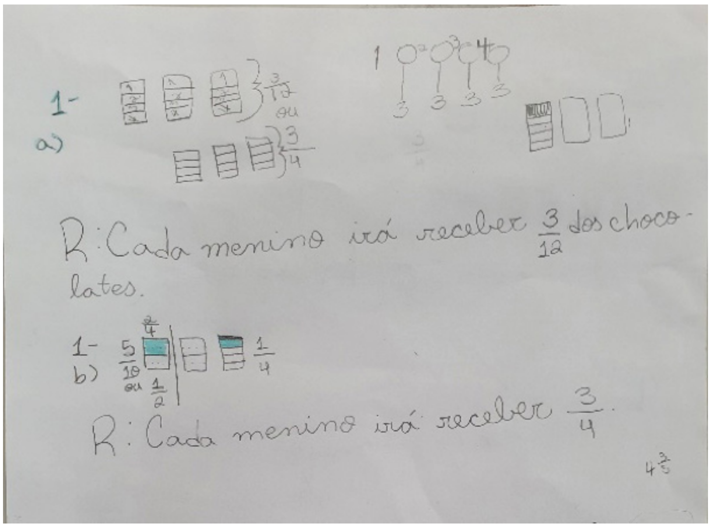
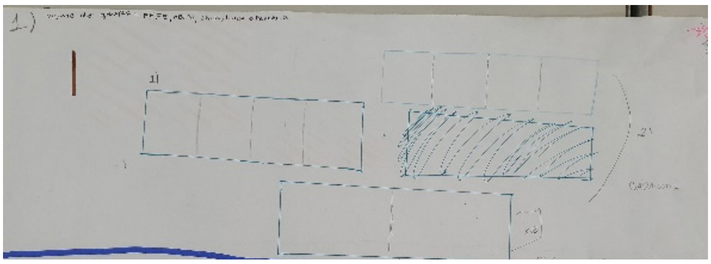
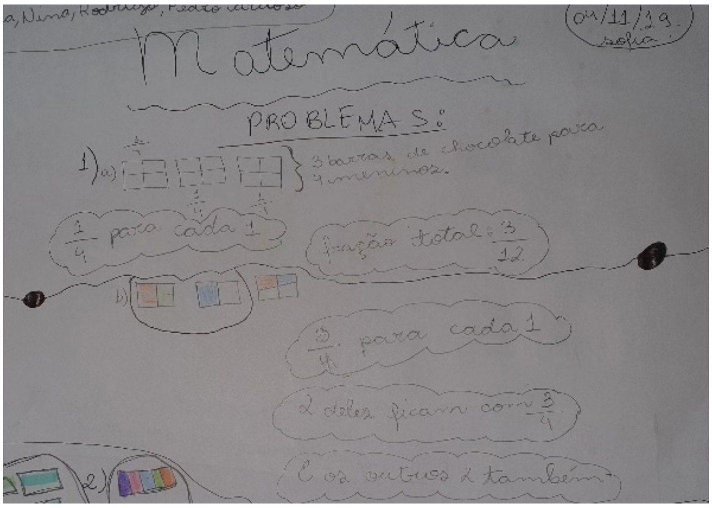


Figura 2: Grupo 2 – questão 1



Revista Veras, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 105-117, janeiro/junho 2020.
DOI: 10.14212/veras.vol10.n1.ano2020.art390

Figura 2: Grupo 2 – questão 1



> As tarefas que solicitam a mobilização da concepção de quociente para números fracionários estão, geralmente, associadas a distribuições de grandezas. O ostensivo a/b que representa o resultado de uma distribuição significa que a foi dividido em b partes, ou seja, a foi dividido em um número b de partes iguais (...) a pode ser menor, maior ou igual a b e podem representar objetos diferentes como, por exemplo, "crianças" e "chocolates". (FERREIRA DA SILVA, 2005, p. 121)

Observando as soluções propostas pelos grupos, vimos que os grupos 1 e 3 (Figuras 1 e 3) consideraram na primeira proposta os três chocolates como um único inteiro, o grupo 3 nomeando de fração total, e definindo 3/12 como a representação da parte de cada menino. Os grupos também consideraram a representação ¾ como a parte de cada menino, quando pensaram em cada chocolate como um inteiro.

O grupo 2 representa o problema em forma de desenho, mas não expressa a quantidade usando fração. No momento da socialização explicita que pensaram em ¼ + ¼ + ¼ e depois, mesmo não dividindo dois inteiros, já consideraram ½ + ¼ para cada menino.

Nas conversas e nos registros foi possível ver que a situação-problema contribuiu para a argumentação sobre as repartições que desejam fazer e as relações que estão estabelecendo entre elas, elaborando critérios para "ter certeza" e perguntas sobre aspectos que não conseguem ainda firmar um acordo, como quando as notações feitas são de naturezas diferentes: 3/12 e ¾, explicando posteriormente que a notação é válida a partir do inteiro que estão considerando.

2. Para distribuir 23 chocolates entre 5 meninos, Vanessa pensou o seguinte:

   "23 chocolates entre 5 me dão 4 chocolates para cada um, porque 4 x 5 = 20 e eu tenho 3 chocolates sobrando, que eu os cortei em cinco partes, e entrego uma parte de cada chocolate para cada um."

   Joaquim pensou assim:

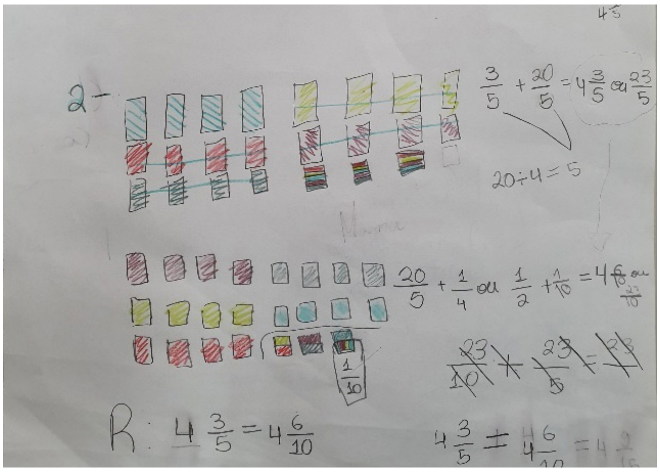
   "Dou 4 chocolates para cada um, o mesmo que Vanessa, mas corto cada um dos 3 chocolates restantes ao meio e dou metade a cada garoto; então divido o último metade em cinco e dou uma parte a cada uma delas."

   Analise as distribuições de Vanessa e Joaquim. Em seguida, anote os registros fracionários que surgem de cada distribuição, analise e discuta se são equivalentes ou não. Você acha que estes registros fracionários são equivalentes? Caso não sejam, encontre uma maneira

Essa situação-problema provoca-os a pensar na relação entre quintos e décimos, utilizando os conhecimentos antigos que já possuem das regularidades conhecidas no conjunto dos Números Naturais, argumentando que metade e dobro estarão presentes nessa relação, bem como estabelecendo relações entre essas representações, inclusive pensando sobre a proporcionalidade existente nos denominadores ao compará-los e ordená-los, verificando que o tamanho da parte fica menor ao ter o maior denominador.

No acompanhamento feito entre os grupos, foi possível verificar que havia diferentes representações nos desenhos, e que na transposição para a notação fracionária aparecia a dificuldade em representá-la.

Figura 4: Grupo 1 – questão 2



Na figura 4, os alunos usaram cores e sentenças matemáticas para chegarem às representações 4 e 3/5 (quatro inteiros e três quintos) ou 23/5 (vinte e três quintos).

Para entender como pensou Joaquim, uma das integrantes do grupo não estava compreendendo o porquê de terem dividido apenas metade de um inteiro em 5 partes, então o colega argumenta e explica as relações que fez:

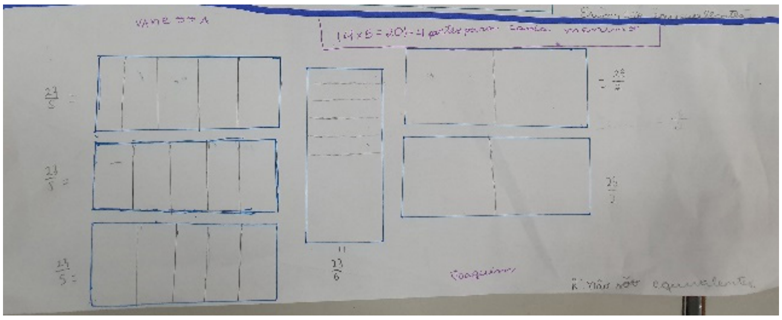
L: (mostrando o inteiro dividido ao meio e metade dividida em cinco partes) Se tivesse duas metades, ele teria recebido 2, dois décimos. Mas como está pegando só uma metade, seria um décimo.

M: *Ah... faz sentido. Entendi, entendi.*

L: *Então esse inteiro aqui é como se fosse dez.*

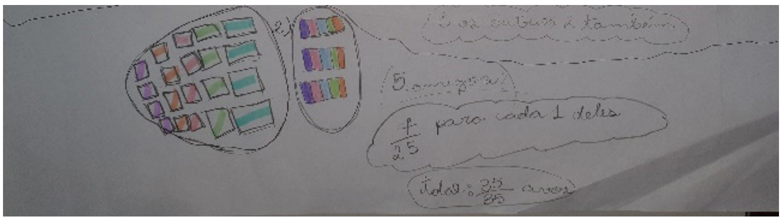
M: *Entendi, tá! Então são 20/5 + ½ + 1/10.*

Figura 5: Grupo 2 – questão 2



A Figura 5 revela que o grupo conseguiu representar no desenho as partes divididas por Vanessa e Joaquim, verificando que todos receberam a mesma quantidade, mas na transposição para a fração, quando os denominadores são diferentes, consideraram-nos como iguais, o que dificultou perceber que as frações eram equivalentes.

Figura 6: Grupo 3 – questão 2



O mesmo aconteceu com o terceiro grupo, como podemos ver na Figura 6. Eles representam no desenho as partes e se atrapalham com a não diferenciação entre inteiros e partes, mas usam as cores como forma de representar o que foi dividido. Na tentativa de transformar uma representação em fração, usam como se todas as partes fossem parte de um mesmo inteiro e colocam 7/25 (corrigido ao expor ao grupo para 7/35), mostrando que consideraram 35 partes iguais no momento de escrever a quantidade, não diferenciando os inteiros daqueles que foram divididos em cinco partes.

> Um dos tipos de tarefas que faz a concepção parte-todo ser mobilizada solicita, frequentemente, a quantificação ou identificação de parte de um inteiro, em figuras que representam grandezas contínuas ou discretas. (...) Nessas tarefas dois conhecimentos são indispensáveis: a natureza do inteiro e como ele pode ser dividido, e o que será considerado como parte desse inteiro. (FERREIRA DA SILVA, 2005, p. 107)

2. Para uma festa junina, os alunos tiveram que cortar em pedaços as fitas para fazer as decorações do pau de fita. Com o rolo, Luciana podia cortar exatamente 8 pedaços, João poderia cortar 6 com o seu e Cristiano, 5. Nenhum dos alunos teve sobras de fita. Qual foi o comprimento do rolo de cada um?

Aqui a grande questão era compor um inteiro a partir de suas partes. Então as representações em fração e os desenhos se deram de forma muito tranquilas. 8 pedaços precisam de 8 para ser um inteiro, 8/8. O mesmo com os pedaços do João (6/6) e do Cristiano (5/5).

Nessa questão tivemos um problema de tradução em que não explicitamos o valor de cada pedaço. Como solução para essa falta de informação, dois dos grupos determinaram a partir dos conhecimentos que tinham sobre o pau de fita uma medida possível para o pedaço. 3 ou 4 metros (Figuras 8 e 7).

Figura 7: Grupo 1 – questão 5

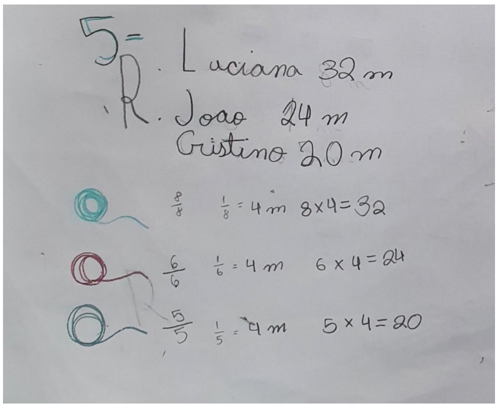
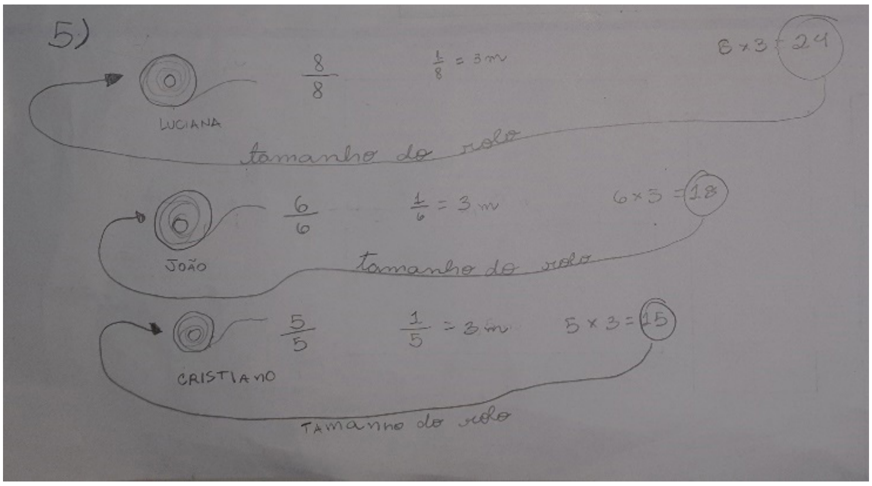
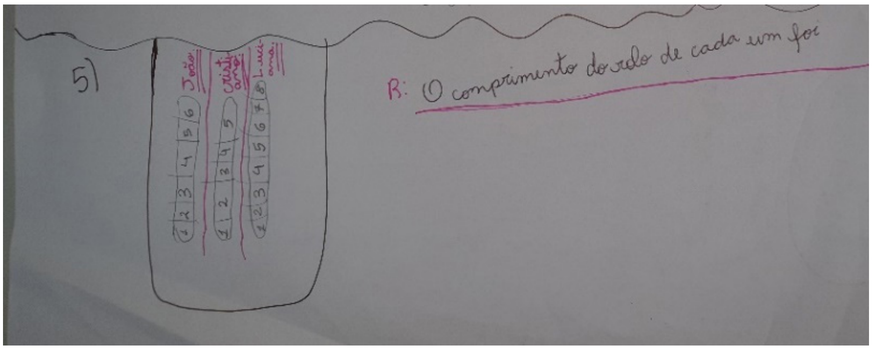


Figura 8: Grupo 2 – questão 5



Essa falta de informação no enunciado também é problematizada na produção de um grupo que não finalizou a resposta, apesar de deixar descrita sua reflexão sobre o problema relacionando as partes ao inteiro (Figura 9).

Figura 9: Grupo 3 – questão 5



> As tarefas associadas à concepção de medida de comprimento, geralmente, podem solicitar a manipulação de três tipos de objetos ostensivos: a figura de uma reta numérica ou algum esquema de medida, o número fracionário 1/b que representa uma subunidade, isto é, a unidade escolhida foi dividida em b partes para permitir a medição e o número fracionário a/b que representará o resultado da medição realizada.
>
> A divisão da unidade escolhida, por sua vez, permitirá relacionar a concepção de medida a de parte-todo para possibilitar tal divisão. (...) O número fracionário a/b obtido permitirá a compreensão de que a subunidade 1/b foi utilizada a vezes na medição efetuada. (FERREIRA DA SILVA, 2005, p. 118)

Durante as situações vividas de ação e formulação, colhemos informações sobre como estavam pensando, compreendendo o porquê de estarem errando as representações em fração, então planejamos para a aula seguinte um momento de colocar luz nas questões que desejávamos e institucionalizar algumas conclusões, registrando as aprendizagens construídas.

A primeira conclusão foi sobre a necessidade de diferenciar um inteiro de uma parte do inteiro. Nesse âmbito se destacou a importância do desenho e da medida, como explicitação do que é o todo, e a exatidão de suas partes iguais. Assim, para que sejam válidas as notações 1/2 ,1/3, 1/4, 1/5 etc., é preciso compreender que cada uma delas faz parte de uma unidade, de um todo, e que os valores representados pelo denominador (2, 3, 4, 5, etc.), indicam em quantas partes iguais foi dividida a unidade em cada caso.

Ao olharmos o 23/5, é necessário relacionar a 23 vezes o 1/5 e como resultado de 23 dividido por 5, ou seja, 4 inteiros mais 3/5.

Ampliamos para o grupo a conversa entre L. e M., de modo que para todos ficasse clara a ideia de que 1/5 de 1/2 é de tal ordem que se 5 deles são necessários para concluir uma metade, são necessários 10 deles para completar o todo; então podemos dizer que 1/5 de 1/2é igual a 1/10.

Outra ideia compartilhada entre todos é que a mesma quantidade pode ser representada com números diferentes. Assim, 1 ½ se pode armar com 6 de 1/4, então 1 ½ é o mesmo que 6/4, da mesma forma que no exercício 2 chegaram à conclusão de que 4 e 3/5 é a mesma quantidade de 4 e 6/10.

Também concluíram que uma fração pode ser interpretada como resultado de uma repartição no qual o dividendo é o numerador e o divisor, o denominador, como fizeram para resolver o exercício 5, quando sabiam que o numerador era 1 e o denominador 6. Para ter a medida inteira da fita era preciso chegar ao inteiro (1 x 6) e depois multiplicar pelo valor de cada parte.

Considerações finais

Ao longo de nossa pesquisa-ação, vimos que as situações-problema apresentadas são potentes para o trabalho com o conhecimento dos números racionais na forma fracionária no contexto da relação como parte-todo, trazendo aos alunos do 5° ano questionamentos acerca do valor do inteiro e a sua relação com as partes, problematizando a necessidade de análise dessa relação em cada um dos problemas. As observações das discussões e posterior análise dos registros foram potentes para nós, que pudemos refletir acerca do ensino, partindo da compreensão da aprendizagem do aluno.

A cada resolução proposta pelos grupos, pudemos acompanhar a construção e o aprimoramento das hipóteses dos aprendizes, de forma a questionarem as possibilidades de representações e suas relações, trazendo para nós explicações de quais eram suas ideias iniciais e como foram reorganizando suas argumentações.

Havia um desejo de participar de todas as discussões realizadas entre os pares, mas com a impossibilidade trazida pela simultaneidade da atividade, optamos pelo registro em vídeo de cada um dos grupos de alunos para posterior apreciação das professoras e replanejamento das atividades seguintes.

Com esse trabalho também pudemos valorizar ainda mais a Teoria dos Campos Conceituais e das Situações Didáticas, que apoiaram a pesquisa e ajudaram a compreender como os aprendizes estavam pensando. Com isso, foi possível replanejar nossas intervenções e na institucionalização do conhecimento construído por eles trazer discussões acerca de questões que registramos no processo de investigação.

REFERÊNCIAS

ARGENTINA. *Matemática, fracciones y números decimales 5to grado:* apuntes para la enseñanza/ dirigido por Cecilia Parra – 1ª ed. – Buenos Aires: Secretaria de Educación – Gobierno de la Ciudad de de Buenos Aires, 2005.

BRIZUELA, Bárbara M. *Desenvolvimento matemático na criança:* explorando notações. Porto Alegre: Artmed, 2006.

BROUSSEAU, Guy. *Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas:* conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

FERREIRA DA SILVA, Maria José. *Investigando Saberes de Professores do Ensino Fundamental com Enfoque em Números Fracionários para a Quinta Série.* Tese de Doutorado em Educação Matemática. PUC-SP, 2005. Capítulo 3.

GROSSI, Gabriel Pillar. Gérard Vergnaud: "Todos perdem quando a pesquisa não é colocada em prática". *Nova Escola*, 01 de setembro de 2008. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/960/gerard-vergnaud-todos-perdem-quando-a-pesquisa-nao-e-colocada-em-pratica>. Acesso em: 09 de fevereiro de 2020.

VERGNAUD, Gérard. *A criança a Matemática e a Realidade.* Curitiba: Editora UFPR, 2001.

Recebido em: 04/06/2020.
Aceito em: 06/07/2020.